HYBRYDOWE SYSTEMY I LOGIKI

Andrzej Indrzejczak

Katedra Logiki i Metodologii Nauk UŁ

Łódź, semestr letni 2010/2011

Czym są systemy hybrydowe?

Czym są systemy hybrydowe?

Zasadnicze znaczenia hybrydyzacji:

Czym są systemy hybrydowe?

Zasadnicze znaczenia hybrydyzacji:

1. łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi, które mają zasadniczo syntaktyczny charakter;

Czym są systemy hybrydowe?

Zasadnicze znaczenia hybrydyzacji:

1. łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi, które mają zasadniczo syntaktyczny charakter;
2. łączenie w obrębie jednego systemu formalnego technik (reguł, strategii itp.), należących; do różnych rodzajów systemów dedukcyjnych.

Czym są systemy hybrydowe?

Zasadnicze znaczenia hybrydyzacji:

1. łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi, które mają zasadniczo syntaktyczny charakter;
2. łączenie w obrębie jednego systemu formalnego technik (reguł, strategii itp.), należących; do różnych rodzajów systemów dedukcyjnych.
3. łączenie różnych logik w jeden system (Gabbay).

Czym są systemy hybrydowe?

Czym są systemy hybrydowe?

ad 1. Łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi:

Czym są systemy hybrydowe?

ad 1. Łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi:

Wykorzystywanie informacji semantycznej zawsze było naturalnym środkiem wspomagającym proces wnioskowania (stosowanie rozmaitych środków graficznych reprezentujących możliwą interpretację).

XX w. – absolutyzacja rozróżnienia składnia/semantyka zahamowała do lat 60-tych stosowanie takich zabiegów.

Czym są systemy hybrydowe?

Czym są systemy hybrydowe?

ad 1. Łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi:

Czym są systemy hybrydowe?

ad 1. Łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi:

Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

Czym są systemy hybrydowe?

ad 1. Łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi:

Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

1. w rachunkach sekwentów dla logik nieklasycznych wprowadza się w tym celu rozmaite niestandardowe konstrukcje, jak hipersekwenty, multisekwenty, sekwenty *n*-argumentowe itd.

Czym są systemy hybrydowe?

ad 1. Łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi:

Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

1. w rachunkach sekwentów dla logik nieklasycznych wprowadza się w tym celu rozmaite niestandardowe konstrukcje, jak hipersekwenty, multisekwenty, sekwenty *n*-argumentowe itd.
2. w systemach tablicowych – etykietowanie, diagramy, ramki, zagnieżdżone nawiasy itd. $\Longrightarrow$ systemy etykietowane Gabbaya

Czym są systemy hybrydowe?

ad 1. Łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi:

Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

1. w rachunkach sekwentów dla logik nieklasycznych wprowadza się w tym celu rozmaite niestandardowe konstrukcje, jak hipersekwenty, multisekwenty, sekwenty *n*-argumentowe itd.
2. w systemach tablicowych – etykietowanie, diagramy, ramki, zagnieżdżone nawiasy itd. $\Longrightarrow$ systemy etykietowane Gabbaya
3. programy nauczania logiki, takie jak *Tarski world* czy *Heterogenous logic* (Etchemendy, Barwise)

Czym są systemy hybrydowe?

ad 1. Łączenie elementów semantyki z systemami dedukcyjnymi:

Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

1. w rachunkach sekwentów dla logik nieklasycznych wprowadza się w tym celu rozmaite niestandardowe konstrukcje, jak hipersekwenty, multisekwenty, sekwenty n-argumentowe itd.
2. w systemach tablicowych – etykietowanie, diagramy, ramki, zagnieżdżone nawiasy itd. $\Longrightarrow$ systemy etykietowane Gabbaya
3. programy nauczania logiki, takie jak *Tarski world* czy *Heterogenous logic* (Etchemendy, Barwise)

Uwaga: ad 2. w szczególności ten zabieg stosowany na gruncie logik modalnych prowadzi do konstrukcji modalnych logik hybrydowych.

Czym są systemy hybrydowe?

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 2 łączenie w obrębie jednego systemu formalnego technik (reguł, strategii itp.), należących do różnych rodzajów systemów dedukcyjnych:

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 2 łączenie w obrębie jednego systemu formalnego technik (reguł, strategii itp.), należących do różnych rodzajów systemów dedukcyjnych:

Hasło dnia: nie ma systemów doskonałych, które równie dobrze sprawdzają się w każdej sytuacji.

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 2 łączenie w obrębie jednego systemu formalnego technik (reguł, strategii itp.), należących do różnych rodzajów systemów dedukcyjnych:

Hasło dnia: nie ma systemów doskonałych, które równie dobrze sprawdzają się w każdej sytuacji.
Ale rozsądna kombinacja technik z różnych systemów dedukcyjnych może dziedziczyć wybrane własności rodziców.

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 2 łączenie w obrębie jednego systemu formalnego technik (reguł, strategii itp.), należących do różnych rodzajów systemów dedukcyjnych:

Hasło dnia: nie ma systemów doskonałych, które równie dobrze sprawdzają się w każdej sytuacji.
Ale rozsądna kombinacja technik z różnych systemów dedukcyjnych może dziedziczyć wybrane własności rodziców.
Próby takie są od pewnego czasu podejmowane w celu tworzenia zintegrowanych środowisk pracy z różnymi systemami logicznymi lub teoriami $\Longrightarrow$ programy typu *logical frame* czy *generic prover*, jak Isabelle, Automath, Otter, MacLogic, Mizar.

Czym są systemy hybrydowe?

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 3. łączenie różnych logik w jeden system:

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 3. łączenie różnych logik w jeden system:

Początki w latach 70-tych (np. Hintikka, Thomason – łączenie różnych modalności), w XXI w. program Gabbaya kombinacji (syntezy) logik.

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 3. łączenie różnych logik w jeden system:

Początki w latach 70-tych (np. Hintikka, Thomason – łączenie różnych modalności), w XXI w. program Gabbaya kombinacji (syntezy) logik.
Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 3. łączenie różnych logik w jeden system:

Początki w latach 70-tych (np. Hintikka, Thomason – łączenie różnych modalności), w XXI w. program Gabbaya kombinacji (syntezy) logik.
Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

1. fuzja logik

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 3. łączenie różnych logik w jeden system:

Początki w latach 70-tych (np. Hintikka, Thomason – łączenie różnych modalności), w XXI w. program Gabbaya kombinacji (syntezy) logik.
Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

1. fuzja logik
2. produktowanie

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 3. łączenie różnych logik w jeden system:

Początki w latach 70-tych (np. Hintikka, Thomason – łączenie różnych modalności), w XXI w. program Gabbaya kombinacji (syntezy) logik.
Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

1. fuzja logik
2. produktowanie
3. przeplatanie (fibring)

Czym są systemy hybrydowe?

Ad 3. łączenie różnych logik w jeden system:

Początki w latach 70-tych (np. Hintikka, Thomason – łączenie różnych modalności), w XXI w. program Gabbaya kombinacji (syntezy) logik.
Współcześnie hybrydyzacja tego typu jest w logice osiągana na różne sposoby, m.in.:

1. fuzja logik
2. produktowanie
3. przeplatanie (fibring)

Uwaga: w przeciwieństwie do hybrydyzacji 2 stosowane metody zakładają jednolite ujęcie łączonych logik.

Czym są systemy hybrydowe?

Czym są systemy hybrydowe?

Co zyskujemy dzięki zastosowania hybrydyzacji:

Czym są systemy hybrydowe?

Co zyskujemy dzięki zastosowania hybrydyzacji:

- zwiększenie mocy wyrażania $\Longrightarrow$ modalne logiki hybrydowe, łączenie logik.

Czym są systemy hybrydowe?

Co zyskujemy dzięki zastosowania hybrydyzacji:

- zwiększenie mocy wyrażania $\Longrightarrow$ modalne logiki hybrydowe, łączenie logik.
- zbudowanie dobrych systemów dedukcji

Czym są systemy hybrydowe?

Co zyskujemy dzięki zastosowania hybrydyzacji:

- zwiększenie mocy wyrażania $\Longrightarrow$ modalne logiki hybrydowe, łączenie logik.
- zbudowanie dobrych systemów dedukcji

Ale co to znaczy dobry system dedukcji?

Zastosowania hybrydyzacji

Zastosowania hybrydyzacji

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Zastosowania hybrydyzacji

Cechy dobrych systemów dedukcji:

- uniwersalność

Zastosowania hybrydyzacji

Cechy dobrych systemów dedukcji:

- uniwersalność
- ogólność

Zastosowania hybrydyzacji

Cechy dobrych systemów dedukcji:

- uniwersalność
- ogólność
- szeroki zasięg

Zastosowania hybrydyzacji

Cechy dobrych systemów dedukcji:

- uniwersalność
- ogólność
- szeroki zasięg
- naturalność

Zastosowania hybrydyzacji

Cechy dobrych systemów dedukcji:

- uniwersalność
- ogólność
- szeroki zasięg
- naturalność
- prostota

Zastosowania hybrydyzacji

Cechy dobrych systemów dedukcji:

- uniwersalność
- ogólność
- szeroki zasięg
- naturalność
- prostota
- efektywność

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Uniwersalny system dedukcyjny jest zdolny do wykonywania różnych zadań dedukcyjnych, np:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Uniwersalny system dedukcyjny jest zdolny do wykonywania różnych zadań dedukcyjnych, np:

- budowanie dowodów

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Uniwersalny system dedukcyjny jest zdolny do wykonywania różnych zadań dedukcyjnych, np:

- budowanie dowodów
- wykazywanie, że dana formuła jest niedowiedlna (falsyfikacja formuły)

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Uniwersalny system dedukcyjny jest zdolny do wykonywania różnych zadań dedukcyjnych, np:

- budowanie dowodów
- wykazywanie, że dana formuła jest niedowiedlna (falsyfikacja formuły)

Uwaga: systemy aksjomatyczne i dedukcji naturalnej (krótko: DN) nie są uniwersalne w tym sensie, gdyż pozwalają tylko na budowę dowodów, natomiast np. systemy rezolucji czy systemy tablicowe umożliwiają jedno i drugie.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

System dedukcyjny jest ogólny wtw:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

System dedukcyjny jest ogólny wtw:

jest zdolny do elastycznego stosowania w obrębie danego systemu rozmaitych, zróżnicowanych strategii poszukiwania dowodu albo modelu falsyfikującego.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

System dedukcyjny jest ogólny wtw:

jest zdolny do elastycznego stosowania w obrębie danego systemu rozmaitych, zróżnicowanych strategii poszukiwania dowodu albo modelu falsyfikującego.

System w pełni uniwersalny powinien pozwalać na bezpośrednią symulację technik dedukcji stosowanych na gruncie różnych wyspecjalizowanych i niepodobnych do siebie systemów dedukcyjnych.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

System dedukcyjny jest ogólny wtw:

jest zdolny do elastycznego stosowania w obrębie danego systemu rozmaitych, zróżnicowanych strategii poszukiwania dowodu albo modelu falsyfikującego.
System w pełni uniwersalny powinien pozwalać na bezpośrednią symulację technik dedukcji stosowanych na gruncie różnych wyspecjalizowanych i niepodobnych do siebie systemów dedukcyjnych.
Taka uniwersalność pozwala na wykorzystanie danego systemu jako wygodnego narzędzia porównywania różnych strategii dowodzenia i ich efektywności.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

System dedukcyjny jest ogólny wtw:

jest zdolny do elastycznego stosowania w obrębie danego systemu rozmaitych, zróżnicowanych strategii poszukiwania dowodu albo modelu falsyfikującego.
System w pełni uniwersalny powinien pozwalać na bezpośrednią symulację technik dedukcji stosowanych na gruncie różnych wyspecjalizowanych i niepodobnych do siebie systemów dedukcyjnych.
Taka uniwersalność pozwala na wykorzystanie danego systemu jako wygodnego narzędzia porównywania różnych strategii dowodzenia i ich efektywności.

Uwaga: systemy DN są najbardziej ogólne.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Szeroki zasięg systemu dedukcyjnego:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Szeroki zasięg systemu dedukcyjnego:

dotyczy spektrum logik, które poddają się formalizacji na gruncie danego systemu.
System o szerokim zasięgu pozwala na jednolitą formalizację rozmaitych logik i daje wygodne narzędzie ich porównywania.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Szeroki zasięg systemu dedukcyjnego:

dotyczy spektrum logik, które poddają się formalizacji na gruncie danego systemu.
System o szerokim zasięgu pozwala na jednolitą formalizację rozmaitych logik i daje wygodne narzędzie ich porównywania.

Uwaga: systemy aksjomatyczne są na razie najbardziej popularne.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Naturalność systemu dedukcyjnego:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Naturalność systemu dedukcyjnego:

oznacza zgodność z tradycyjnymi sposobami wnioskowania, które są wykorzystywane przez człowieka od zamierzchłej starożytności zarówno w myśleniu potocznym, jak i w niesformalizowanych dowodach matematycznych.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Naturalność systemu dedukcyjnego:

oznacza zgodność z tradycyjnymi sposobami wnioskowania, które są wykorzystywane przez człowieka od zamierzchłej starożytności zarówno w myśleniu potocznym, jak i w niesformalizowanych dowodach matematycznych.

Uwaga: systemy DN zdają się najlepiej spełniać ten warunek.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Prostota systemu dedukcyjnego:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Prostota systemu dedukcyjnego:

pojęcie wieloznaczne – przez prostotę metody (systemu) możemy rozumieć m.in:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Prostota systemu dedukcyjnego:

pojęcie wieloznaczne – przez prostotę metody (systemu) możemy rozumieć m.in:

1. prostotę reguł, co jest bliskie pojęciu naturalności i oczywistości dla człowieka (określane w badaniach nad sztuczną inteligencją jako *human-consistent*);

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Prostota systemu dedukcyjnego:

pojęcie wieloznaczne – przez prostotę metody (systemu) możemy rozumieć m.in:

1. prostotę reguł, co jest bliskie pojęciu naturalności i oczywistości dla człowieka (określane w badaniach nad sztuczną inteligencją jako *human-consistent*);
2. prostotę całej jego konstrukcji, co daje łatwość opisu bądź implementacji systemu;

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Prostota systemu dedukcyjnego:

pojęcie wieloznaczne – przez prostotę metody (systemu) możemy rozumieć m.in:

1. prostotę reguł, co jest bliskie pojęciu naturalności i oczywistości dla człowieka (określane w badaniach nad sztuczną inteligencją jako *human-consistent*);
2. prostotę całej jego konstrukcji, co daje łatwość opisu bądź implementacji systemu;
3. prostą strukturę dowodów, czytelną dla człowieka;

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Prostota systemu dedukcyjnego:

pojęcie wieloznaczne – przez prostotę metody (systemu) możemy rozumieć m.in:

1. prostotę reguł, co jest bliskie pojęciu naturalności i oczywistości dla człowieka (określane w badaniach nad sztuczną inteligencją jako *human-consistent*);
2. prostotę całej jego konstrukcji, co daje łatwość opisu bądź implementacji systemu;
3. prostą strukturę dowodów, czytelną dla człowieka;
4. zdolność do konstruowania krótkich i bezpośrednich dowodów;

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Prostota systemu dedukcyjnego:

pojęcie wieloznaczne – przez prostotę metody (systemu) możemy rozumieć m.in:

1. prostotę reguł, co jest bliskie pojęciu naturalności i oczywistości dla człowieka (określane w badaniach nad sztuczną inteligencją jako *human-consistent*);
2. prostotę całej jego konstrukcji, co daje łatwość opisu bądź implementacji systemu;
3. prostą strukturę dowodów, czytelną dla człowieka;
4. zdolność do konstruowania krótkich i bezpośrednich dowodów;
5. wykorzystywanie prostych strategii poszukiwania dowodu/falsyfikacji.

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Prostota systemu dedukcyjnego:

pojęcie wieloznaczne – przez prostotę metody (systemu) możemy rozumieć m.in:

1. prostotę reguł, co jest bliskie pojęciu naturalności i oczywistości dla człowieka (określane w badaniach nad sztuczną inteligencją jako *human-consistent*);
2. prostotę całej jego konstrukcji, co daje łatwość opisu bądź implementacji systemu;
3. prostą strukturę dowodów, czytelną dla człowieka;
4. zdolność do konstruowania krótkich i bezpośrednich dowodów;
5. wykorzystywanie prostych strategii poszukiwania dowodu/falsyfikacji.

Uwaga: podane wyżej znaczenia są niezależne a nawet często pozostają w konflikcie!

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Efektywność systemu dedukcyjnego:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Efektywność systemu dedukcyjnego:

rozważana głównie w odniesieniu do automatycznego dowodzenia twierdzeń i mierzona w terminach:

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Efektywność systemu dedukcyjnego:

rozważana głównie w odniesieniu do automatycznego dowodzenia twierdzeń i mierzona w terminach:

- czasu, tj. szybkości działania algorytmu;

Cechy dobrych systemów dedukcji:

Efektywność systemu dedukcyjnego:

rozważana głównie w odniesieniu do automatycznego dowodzenia twierdzeń i mierzona w terminach:

- czasu, tj. szybkości działania algorytmu;
- pamięci używanej do magazynowania operacji.

Dedukcja naturalna:

Dedukcja naturalna:

Jaki system dedukcyjny przyjąć za bazowy?:

Dedukcja naturalna:

Jaki system dedukcyjny przyjąć za bazowy?:

Dedukcja naturalna wydaje się najbardziej elastyczną bazą dedukcyjną gdyż:

Dedukcja naturalna:

Jaki system dedukcyjny przyjąć za bazowy?:

Dedukcja naturalna wydaje się najbardziej elastyczną bazą dedukcyjną gdyż:

- posiada bogactwo środków dowodowych, które umożliwia stosowanie różnych strategii poszukiwania dowodu;

Dedukcja naturalna:

Jaki system dedukcyjny przyjąć za bazowy?:

Dedukcja naturalna wydaje się najbardziej elastyczną bazą dedukcyjną gdyż:

- posiada bogactwo środków dowodowych, które umożliwia stosowanie różnych strategii poszukiwania dowodu;
- może być modyfikowana w taki sposób by przekroczyć ograniczenia standardowych wersji DN.

Dedukcja naturalna:

Dedukcja naturalna:

Etapy wzbogacanie DN:

Dedukcja naturalna:

Etapy wzbogacanie DN:

Standardowa DN jest ogólna i naturalna ale ma wiele ograniczeń, np. nie jest uniwersalna. Skonstruujemy kolejno:

Dedukcja naturalna:

Etapy wzbogacanie DN:

Standardowa DN jest ogólna i naturalna ale ma wiele ograniczeń, np. nie jest uniwersalna. Skonstruujemy kolejno:

- analityczne (i uniwersalne) wersje systemu DN (ADN1 i ADN2) – symulacja działania systemów tablicowych;

Dedukcja naturalna:

Etapy wzbogacanie DN:

Standardowa DN jest ogólna i naturalna ale ma wiele ograniczeń, np. nie jest uniwersalna. Skonstruujemy kolejno:

- analityczne (i uniwersalne) wersje systemu DN (ADN1 i ADN2) – symulacja działania systemów tablicowych;
- klauzulowy system RDN – symulacja działania systemów rezolucji;

Dedukcja naturalna:

Etapy wzbogacanie DN:

Standardowa DN jest ogólna i naturalna ale ma wiele ograniczeń, np. nie jest uniwersalna. Skonstruujemy kolejno:

- analityczne (i uniwersalne) wersje systemu DN (ADN1 i ADN2) – symulacja działania systemów tablicowych;
- klauzulowy system RDN – symulacja działania systemów rezolucji;
- systemy etykietowane DN (ADN, RDN) dla logik modalnych i hybrydowych.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Ogólne pojęcie systemu dedukcyjnego:

Systemy dedukcyjne:

Ogólne pojęcie systemu dedukcyjnego:

System dedukcyjny (krótko SD) stanowiący formalizację danej logiki będziemy charakteryzować przez podanie dwóch elementarnych poziomów opisu:

Systemy dedukcyjne:

Ogólne pojęcie systemu dedukcyjnego:

System dedukcyjny (krótko SD) stanowiący formalizację danej logiki będziemy charakteryzować przez podanie dwóch elementarnych poziomów opisu:

- *rachunku*, czyli teoretycznego opisu zestawu reguł;

Systemy dedukcyjne:

Ogólne pojęcie systemu dedukcyjnego:

System dedukcyjny (krótko SD) stanowiący formalizację danej logiki będziemy charakteryzować przez podanie dwóch elementarnych poziomów opisu:

- *rachunku*, czyli teoretycznego opisu zestawu reguł;
- *realizacji*, w której precyzujemy praktyczne zastosowanie rachunku.

Systemy dedukcyjne:

Ogólne pojęcie systemu dedukcyjnego:

System dedukcyjny (krótko SD) stanowiący formalizację danej logiki będziemy charakteryzować przez podanie dwóch elementarnych poziomów opisu:

- *rachunku*, czyli teoretycznego opisu zestawu reguł;
- *realizacji*, w której precyzujemy praktyczne zastosowanie rachunku.

Uwaga1: można dodać 3 poziom: algorytm poszukiwania dowodu (implementacja)

Systemy dedukcyjne:

Ogólne pojęcie systemu dedukcyjnego:

System dedukcyjny (krótko SD) stanowiący formalizację danej logiki będziemy charakteryzować przez podanie dwóch elementarnych poziomów opisu:

- *rachunku*, czyli teoretycznego opisu zestawu reguł;
- *realizacji*, w której precyzujemy praktyczne zastosowanie rachunku.

Uwaga1: można dodać 3 poziom: algorytm poszukiwania dowodu (implementacja)

Uwaga2: rozró.żnienie tych 2 (3) poziomów zazwyczaj pomijane

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

Rachunek to niepusty zbiór schematów reguł (pierwotnych) o postaci:

$$X_1, \; ..., \; X_k \; / \; Y_1, \; ..., \; Y_n \qquad k \geq 0, n \geq 1$$

z ewentualną listą warunków towarzyszących (side conditions).

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

Rachunek to niepusty zbiór schematów reguł (pierwotnych) o postaci:

$$X_1, \ \ldots, \ X_k \ / \ Y_1, \ \ldots, \ Y_n \qquad k \geq 0, n \geq 1$$

z ewentualną listą warunków towarzyszących (side conditions). Symbole X_i denotują pewne *struktury danych* (np. pojedyncze formuły, zbiory formuł, sekwenty, formuły z etykietami itd.), które w wyniku zastosowania reguły ulegają przekształceniu na struktury danych Y_j.

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

Rachunek to niepusty zbiór schematów reguł (pierwotnych) o postaci:

$$X_1,\ \dots,\ X_k\ /\ Y_1,\ \dots,\ Y_n \qquad k \geq 0, n \geq 1$$

z ewentualną listą warunków towarzyszących (side conditions). Symbole X_i denotują pewne *struktury danych* (np. pojedyncze formuły, zbiory formuł, sekwenty, formuły z etykietami itd.), które w wyniku zastosowania reguły ulegają przekształceniu na struktury danych Y_j.

Uwaga: Sekwentem nazywamy parę postaci $\Gamma \vdash \Delta$, gdzie Γ, Δ to zbiory formuł (mogą być puste).

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

W przypadku wielu systemów wygodne jest wprowadzenie dodatkowego podziału reguł na:

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

W przypadku wielu systemów wygodne jest wprowadzenie dodatkowego podziału reguł na:

- sekwenty postaci $\Gamma \vdash \Delta$ (czyli reguły $\Gamma \ / \ \Delta$)

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

W przypadku wielu systemów wygodne jest wprowadzenie dodatkowego podziału reguł na:

- sekwenty postaci $\Gamma \vdash \Delta$ (czyli reguły $\Gamma \ / \ \Delta$)
- reguły sekwentowe postaci: $\Gamma_1 \vdash \Delta_1, ..., \Gamma_n \vdash \Delta_n \ / \ \Pi \vdash \Sigma$

Systemy dedukcyjne:

Rachunek:

W przypadku wielu systemów wygodne jest wprowadzenie dodatkowego podziału reguł na:

- sekwenty postaci $\Gamma \vdash \Delta$ (czyli reguły $\Gamma \ / \ \Delta$)
- reguły sekwentowe postaci: $\Gamma_1 \vdash \Delta_1, \ldots., \Gamma_n \vdash \Delta_n \ / \ \Pi \vdash \Sigma$

Uwaga: Przykładowo dowolny system aksjomatyczny składa się z sekwentów postaci $\varnothing \vdash \varphi$ (aksjomaty) i MP jako reguły sekwentowej.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Realizacja systemu

Systemy dedukcyjne:

Realizacja systemu

jest zbiorem instrukcji precyzujących sposób przeprowadzania dowodu (ogólniej: derywacji); ma za zadanie m.in.:

Systemy dedukcyjne:

Realizacja systemu

jest zbiorem instrukcji precyzujących sposób przeprowadzania dowodu (ogólniej: derywacji); ma za zadanie m.in.:

- ustalenie formy reprezentacji dowodu (linearny – L-dowód, w postaci drzewa – T-dowód,...)

Systemy dedukcyjne:

Realizacja systemu

jest zbiorem instrukcji precyzujących sposób przeprowadzania dowodu (ogólniej: derywacji); ma za zadanie m.in.:

- ustalenie formy reprezentacji dowodu (linearny – L-dowód, w postaci drzewa – T-dowód,...)
- ustalenie swoistych reguł realizacji dowodu (np. reguły inferencji, wprowadzania założeń, konstrukcji dowodu itp.)

Systemy dedukcyjne:

Realizacja systemu

jest zbiorem instrukcji precyzujących sposób przeprowadzania dowodu (ogólniej: derywacji); ma za zadanie m.in.:

- ustalenie formy reprezentacji dowodu (linearny – L-dowód, w postaci drzewa – T-dowód,...)
- ustalenie swoistych reguł realizacji dowodu (np. reguły inferencji, wprowadzania założeń, konstrukcji dowodu itp.)
- ustalenie jakie obiekty podlegają przekształceniu za pomocą reguł realizacji dowodu (formuły – F-systemy, zbiory formuł, sekwenty – S-systemy,...)

Systemy dedukcyjne:

Realizacja systemu

jest zbiorem instrukcji precyzujących sposób przeprowadzania dowodu (ogólniej: derywacji); ma za zadanie m.in.:

- ustalenie formy reprezentacji dowodu (linearny – L-dowód, w postaci drzewa – T-dowód,...)
- ustalenie swoistych reguł realizacji dowodu (np. reguły inferencji, wprowadzania założeń, konstrukcji dowodu itp.)
- ustalenie jakie obiekty podlegają przekształceniu za pomocą reguł realizacji dowodu (formuły – F-systemy, zbiory formuł, sekwenty – S-systemy,...)

Uwaga: derywacja to dedukcja potwierdzająca (dowód) lub falsyfikująca (refutacja).

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Realizacja:

Systemy dedukcyjne:

Realizacja:

Wyróżnijmy:

Systemy dedukcyjne:

Realizacja:

Wyróżnijmy:

- *T-systemy* – derywacja o postaci drzewa zwykłego lub odwróconego;

Systemy dedukcyjne:

Realizacja:

Wyróżnijmy:

- *T-systemy* – derywacja o postaci drzewa zwykłego lub odwróconego;
- *L-systemy* – derywacja o postaci ciągu struktur danych.

Systemy dedukcyjne:

Realizacja:

Wyróżnijmy:

- *T-systemy* – derywacja o postaci drzewa zwykłego lub odwróconego;
- *L-systemy* – derywacja o postaci ciągu struktur danych.

oraz

Systemy dedukcyjne:

Realizacja:

Wyróżnijmy:

- *T-systemy* – derywacja o postaci drzewa zwykłego lub odwróconego;
- *L-systemy* – derywacja o postaci ciągu struktur danych.

oraz

- *F-systemy* – derywacja budowana z formuł;

Systemy dedukcyjne:

Realizacja:

Wyróżnijmy:

- *T-systemy* – derywacja o postaci drzewa zwykłego lub odwróconego;
- *L-systemy* – derywacja o postaci ciągu struktur danych.

oraz

- *F-systemy* – derywacja budowana z formuł;
- *S-systemy* – derywacja budowana z sekwentów.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Zapis reguł w T-systemach:

Systemy dedukcyjne:

Zapis reguł w T-systemach:

W przypadku T-systemów zamiast pisać $X, Y \ / \ Z$ napiszemy:

Systemy dedukcyjne:

Zapis reguł w T-systemach:

W przypadku T-systemów zamiast pisać $X, Y \ / \ Z$ napiszemy:

$$\frac{X \quad Y}{Z}$$

Systemy dedukcyjne:

Zapis reguł w T-systemach:

W przypadku T-systemów zamiast pisać $X, Y \ / \ Z$ napiszemy:

$$\frac{X \qquad Y}{Z}$$

W przypadku drzew odwróconych (korzeń u góry) zamiast pisać $X/Y, Z$ napiszemy:

Systemy dedukcyjne:

Zapis reguł w T-systemach:

W przypadku T-systemów zamiast pisać $X, Y \ / \ Z$ napiszemy:

$$\frac{X \quad Y}{Z}$$

W przypadku drzew odwróconych (korzeń u góry) zamiast pisać $X/Y, Z$ napiszemy:

$$\frac{X}{Y \mid Z} \qquad \text{or} \qquad X \ / \ Y \mid Z$$

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Reguły konstrukcji dowodów:

Systemy dedukcyjne:

Reguły konstrukcji dowodów:

W niektórych rodzajach DN wygodnie jest wyróżnić tzw. *reguł konstrukcji dowodu* o postaci:

Systemy dedukcyjne:

Reguły konstrukcji dowodów:

W niektórych rodzajach DN wygodnie jest wyróżnić tzw. *reguł konstrukcji dowodu* o postaci:

$$\text{jeżeli } X_1 \vdash Y_1, ..., X_k \vdash Y_k \text{ to } Z \vdash W$$

które kompleksowo ujmują sposoby otwarcia poddowodów i ich zamknięcia.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Semantyczna kwalifikacja reguł:

Systemy dedukcyjne:

Semantyczna kwalifikacja reguł:

1. *Reguła inferencji* o postaci $\Gamma \vdash \Delta$ jest **L**-normalna wtw, na gruncie semantyki dla logiki **L** zachodzi $\Gamma \models \varphi$ dla każdej $\varphi \in \Delta$;

Systemy dedukcyjne:

Semantyczna kwalifikacja reguł:

1. *Reguła inferencji* o postaci $\Gamma \vdash \Delta$ jest **L**-normalna wtw, na gruncie semantyki dla logiki **L** zachodzi $\Gamma \models \varphi$ dla każdej $\varphi \in \Delta$;
2. *Reguła konstrukcji dowodu* o postaci „jeżeli $\Gamma \vdash \Delta$, to $\Pi \vdash \Sigma$" dziedziczy **L**-normalność wtw, jeżeli $\Gamma \vdash \Delta$ jest **L**-normalna, to $\Pi \vdash \Sigma$ jest **L**-normalna.

Systemy dedukcyjne:

Semantyczna kwalifikacja reguł:

1. *Reguła inferencji* o postaci $\Gamma \ \vdash \ \Delta$ jest **L**-normalna wtw, na gruncie semantyki dla logiki **L** zachodzi $\Gamma \models \varphi$ dla każdej $\varphi \in \Delta$;
2. *Reguła konstrukcji dowodu* o postaci „jeżeli $\Gamma \ \vdash \ \Delta$, to $\Pi \ \vdash \ \Sigma$" dziedziczy **L**-normalność wtw, jeżeli $\Gamma \ \vdash \ \Delta$ jest **L**-normalna, to $\Pi \ \vdash \ \Sigma$ jest **L**-normalna.

Uwaga: pojęcia te można uogólnić na inne typy reguł.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Relacja wynikania:

Systemy dedukcyjne:

Relacja wynikania:

zakładamy, że spełnia ona pewne warunki strukturalne, mianowicie:

Systemy dedukcyjne:

Relacja wynikania:

zakładamy, że spełnia ona pewne warunki strukturalne, mianowicie:

- (ID): $X_1, \ldots, X_k \models X_1, \ldots, X_k$

Systemy dedukcyjne:

Relacja wynikania:

zakładamy, że spełnia ona pewne warunki strukturalne, mianowicie:

- (ID): $X_1, \ldots, X_k \models X_1, \ldots, X_k$
- (MON): Jeżeli $X_1, \ldots, X_k \models Y_1, \ldots, Y_n$, to $X_1, \ldots, X_k, X_{k+1} \models Y_1, \ldots, Y_n$

Systemy dedukcyjne:

Relacja wynikania:

zakładamy, że spełnia ona pewne warunki strukturalne, mianowicie:

- (ID): $X_1, \ \ldots, \ X_k \models X_1, \ \ldots, \ X_k$
- (MON): Jeżeli $X_1, \ \ldots, \ X_k \models Y_1, \ \ldots, \ Y_n$, to $X_1, \ \ldots, \ X_k, X_{k+1} \models Y_1, \ \ldots, \ Y_n$
- (TR): Jeżeli $X_1, \ \ldots, \ X_k \models Z$ i $Z, Y_1, \ \ldots, \ Y_n \models Y_{n+1}$, to $X_1, \ \ldots, \ X_k, Y_1, \ \ldots, \ Y_n \models Y_{n+1}$.

Systemy dedukcyjne:

Relacja wynikania:

zakładamy, że spełnia ona pewne warunki strukturalne, mianowicie:

- (ID): $X_1, \ ..., \ X_k \models X_1, \ ..., \ X_k$
- (MON): Jeżeli $X_1, \ ..., \ X_k \models Y_1, \ ..., \ Y_n$, to $X_1, \ ..., \ X_k, X_{k+1} \models Y_1, \ ..., \ Y_n$
- (TR): Jeżeli $X_1, \ ..., \ X_k \models Z$ i $Z, Y_1, \ ..., \ Y_n \models Y_{n+1}$, to $X_1, \ ..., \ X_k, Y_1, \ ..., \ Y_n \models Y_{n+1}$.

Uwaga: Warunki te znajdują mniej lub bardziej bezpośredni wyraz w analizowanych dalej systemach dedukcyjnych.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Reguły wtórne:

Systemy dedukcyjne:

Reguły wtórne:

Dla symulacji jednych systemów dedukcyjnych przez drugie warto rozważać reguły wtórne dwóch rodzajów:

Systemy dedukcyjne:

Reguły wtórne:

Dla symulacji jednych systemów dedukcyjnych przez drugie warto rozważać reguły wtórne dwóch rodzajów:

1. $X_1, \ldots, X_k \,/\, Y_1, \ldots, Y_n$ jest *SD*-**L**-*dowiedlna* wtw, $X_1, \ldots, X_k \vdash_{SD-L} Y_1, \ldots, Y_n$;

Systemy dedukcyjne:

Reguły wtórne:

Dla symulacji jednych systemów dedukcyjnych przez drugie warto rozważać reguły wtórne dwóch rodzajów:

1. $X_1, \ldots, X_k \,/\, Y_1, \ldots, Y_n$ jest *SD*-**L**-*dowiedlna* wtw, $X_1, \ldots, X_k \vdash_{SD-L} Y_1, \ldots, Y_n$;
2. reguła (r) jest *SD*-**L**-*dopuszczalna* wtw, $[X_1, \ldots, X_k \vdash_{SD-L} Y_1, \ldots, Y_n$ wtw, $X_1, \ldots, X_k \vdash_{SD'-L} Y_1, \ldots, Y_n]$, gdzie SD' oznacza SD z dodaną regułą (r).

Systemy dedukcyjne:

Reguły wtórne:

Dla symulacji jednych systemów dedukcyjnych przez drugie warto rozważać reguły wtórne dwóch rodzajów:

1. $X_1, \ldots, X_k \ / \ Y_1, \ldots, Y_n$ jest *SD*-**L**-*dowiedlna* wtw, $X_1, \ldots, X_k \vdash_{SD-L} Y_1, \ldots, Y_n$;
2. reguła (r) jest *SD*-**L**-*dopuszczalna* wtw, $[X_1, \ldots, X_k \vdash_{SD-L} Y_1, \ldots, Y_n$ wtw, $X_1, \ldots, X_k \vdash_{SD'-L} Y_1, \ldots, Y_n]$, gdzie SD' oznacza SD z dodaną regułą (r).

$\vdash_{SD-L}$ oznacza tu relację dowiedlności wyznaczoną przez reguły pierwotne systemu SD dla logiki **L**.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Relacje między regułami wtórnymi:

Systemy dedukcyjne:

Relacje między regułami wtórnymi:

Zbiór reguł SD-**L**-dowiedlnych oznaczymy przez DER(SD-**L**), a zbiór reguł SD-**L**-dopuszczalnych przez ADM(SD-**L**).

Systemy dedukcyjne:

Relacje między regułami wtórnymi:

Zbiór reguł SD-**L**-dowiedlnych oznaczymy przez DER(SD-**L**), a zbiór reguł SD-**L**-dopuszczalnych przez ADM(SD-**L**).
Łatwo wykazać, że dla dowolnej logiki **L**:

$$DER(SD - \mathbf{L}) \subseteq ADM(SD - \mathbf{L});$$

Systemy dedukcyjne:

Relacje między regułami wtórnymi:

Zbiór reguł SD-**L**-dowiedlnych oznaczymy przez DER(SD-**L**), a zbiór reguł SD-**L**-dopuszczalnych przez ADM(SD-**L**).
Łatwo wykazać, że dla dowolnej logiki **L**:

$$DER(SD - \mathbf{L}) \subseteq ADM(SD - \mathbf{L});$$

Uwaga: zależność odwrotna zachodzi tylko dla logik posiadających formalizacje strukturalnie zupełne (np. wiele aksjomatycznych formalizacji **KRZ**).

Systemy dedukcyjne:

Relacje między regułami wtórnymi:

Zbiór reguł SD-**L**-dowiedlnych oznaczymy przez DER(SD-**L**), a zbiór reguł SD-**L**-dopuszczalnych przez ADM(SD-**L**).
Łatwo wykazać, że dla dowolnej logiki **L**:

$$DER(SD - \mathbf{L}) \subseteq ADM(SD - \mathbf{L});$$

Uwaga: zależność odwrotna zachodzi tylko dla logik posiadających formalizacje strukturalnie zupełne (np. wiele aksjomatycznych formalizacji **KRZ**).
Także zbiór reguł dowiedlnych dla danej logiki jest dziedziczony na każde jej poszerzenie, czyli:

$DER(SD - \mathbf{L}) \subseteq DER(SD - \mathbf{L}')$, gdzie $\mathbf{L}'$ jest dowolną nadlogiką **L**.

Systemy dedukcyjne:

Relacje między regułami wtórnymi:

Zbiór reguł SD-**L**-dowiedlnych oznaczymy przez DER(SD-**L**), a zbiór reguł SD-**L**-dopuszczalnych przez ADM(SD-**L**).
Łatwo wykazać, że dla dowolnej logiki **L**:

$$DER(SD - \mathbf{L}) \subseteq ADM(SD - \mathbf{L});$$

Uwaga: zależność odwrotna zachodzi tylko dla logik posiadających formalizacje strukturalnie zupełne (np. wiele aksjomatycznych formalizacji **KRZ**).
Także zbiór reguł dowiedlnych dla danej logiki jest dziedziczony na każde jej poszerzenie, czyli:

$DER(SD - \mathbf{L}) \subseteq DER(SD - \mathbf{L}')$, gdzie $\mathbf{L}'$ jest dowolną nadlogiką **L**.

Uwaga: w przypadku reguł dopuszczalnych generalnie nie zachodzi ich dziedziczenie w dowolnej nadlogice.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Symulacja systemów dedukcyjnych:

Systemy dedukcyjne:

Symulacja systemów dedukcyjnych:

System dedukcyjny SD1 może symulować system SD2 wtw, istnieje funkcja obliczalna, która pozwala każdy dowód w SD2 odtworzyć w SD1.

Systemy dedukcyjne:

Symulacja systemów dedukcyjnych:

System dedukcyjny SD1 może symulować system SD2 wtw, istnieje funkcja obliczalna, która pozwala każdy dowód w SD2 odtworzyć w SD1.

System dedukcyjny SD1 może p-symulować (wielomianowo symulować) system SD2 wtw, wielkość wyniku symulacji jest ograniczona funkcją wielomianową po długości dowodu w SD2.

Systemy dedukcyjne:

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)
- systemy rezolucji

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)
- systemy rezolucji
- rachunki sekwentów (RS)

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)
- systemy rezolucji
- rachunki sekwentów (RS)
- systemy tablicowe (ST)

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)
- systemy rezolucji
- rachunki sekwentów (RS)
- systemy tablicowe (ST)
- system KE

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)
- systemy rezolucji
- rachunki sekwentów (RS)
- systemy tablicowe (ST)
- system KE
- systemy koneksji

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)
- systemy rezolucji
- rachunki sekwentów (RS)
- systemy tablicowe (ST)
- system KE
- systemy koneksji
- systemy odrzuceniowe

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)
- systemy rezolucji
- rachunki sekwentów (RS)
- systemy tablicowe (ST)
- system KE
- systemy koneksji
- systemy odrzuceniowe
- metoda Davisa/Putnama (DP)

Systemy dedukcyjne:

Typy systemów dedukcyjnych:

- systemy aksjomatyczne
- dedukcja naturalna (DN)
- systemy rezolucji
- rachunki sekwentów (RS)
- systemy tablicowe (ST)
- system KE
- systemy koneksji
- systemy odrzuceniowe
- metoda Davisa/Putnama (DP)

SYSTEMY DN

Geneza DN

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)
2. Stoicy? (dowody założeniowe)

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)
2. Stoicy? (dowody założeniowe)
3. 1927 – pierwszy założeniowy system Jaśkowskiego (seminarium Łukasiewicza)

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)
2. Stoicy? (dowody założeniowe)
3. 1927 – pierwszy założeniowy system Jaśkowskiego (seminarium Łukasiewicza)
4. 1928 – Herbrand formułuje twierdzenie o dedukcji (1930 dowód)

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)
2. Stoicy? (dowody założeniowe)
3. 1927 – pierwszy założeniowy system Jaśkowskiego (seminarium Łukasiewicza)
4. 1928 – Herbrand formułuje twierdzenie o dedukcji (1930 dowód)
5. 1929 – wprowadzenie sekwentów i T-dowodów przez Hertza

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)
2. Stoicy? (dowody założeniowe)
3. 1927 – pierwszy założeniowy system Jaśkowskiego (seminarium Łukasiewicza)
4. 1928 – Herbrand formułuje twierdzenie o dedukcji (1930 dowód)
5. 1929 – wprowadzenie sekwentów i T-dowodów przez Hertza
6. 1930 – Tarski – teoria konsekwencji

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)
2. Stoicy? (dowody założeniowe)
3. 1927 – pierwszy założeniowy system Jaśkowskiego (seminarium Łukasiewicza)
4. 1928 – Herbrand formułuje twierdzenie o dedukcji (1930 dowód)
5. 1929 – wprowadzenie sekwentów i T-dowodów przez Hertza
6. 1930 – Tarski – teoria konsekwencji
7. 1934 – publikacje Gentzena i Jaśkowskiego

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)
2. Stoicy? (dowody założeniowe)
3. 1927 – pierwszy założeniowy system Jaśkowskiego (seminarium Łukasiewicza)
4. 1928 – Herbrand formułuje twierdzenie o dedukcji (1930 dowód)
5. 1929 – wprowadzenie sekwentów i T-dowodów przez Hertza
6. 1930 – Tarski – teoria konsekwencji
7. 1934 – publikacje Gentzena i Jaśkowskiego
8. 1936 – sekwentowy system DN Gentzena

SYSTEMY DN

Geneza DN

1. Arystoteles? (spór Łukasiewicza z Corcoranem)
2. Stoicy? (dowody założeniowe)
3. 1927 – pierwszy założeniowy system Jaśkowskiego (seminarium Łukasiewicza)
4. 1928 – Herbrand formułuje twierdzenie o dedukcji (1930 dowód)
5. 1929 – wprowadzenie sekwentów i T-dowodów przez Hertza
6. 1930 – Tarski – teoria konsekwencji
7. 1934 – publikacje Gentzena i Jaśkowskiego
8. 1936 – sekwentowy system DN Gentzena
9. lata 50-te i dalej – powstanie wielu zróżnicowanych systemów zaliczanych do DN

SYSTEMY DN

Kryteria dedukcji naturalnej

SYSTEMY DN

Kryteria dedukcji naturalnej

1. W systemie DN można wprowadzać i eliminować dowolne założenia do dowodu.

SYSTEMY DN

Kryteria dedukcji naturalnej

1. W systemie DN można wprowadzać i eliminować dowolne założenia do dowodu.
2. Stałe logiczne są charakteryzowane raczej przez reguły pierwotne umożliwiające zarówno wprowadzanie formuł z tymi stałymi jako głównymi funktorami, jak i eliminowanie ich w dowodzie.

SYSTEMY DN

Kryteria dedukcji naturalnej

1. W systemie DN można wprowadzać i eliminować dowolne założenia do dowodu.
2. Stałe logiczne są charakteryzowane raczej przez reguły pierwotne umożliwiające zarówno wprowadzanie formuł z tymi stałymi jako głównymi funktorami, jak i eliminowanie ich w dowodzie.
3. Dopuszczalne są różne metody konstrukcji dowodu (założeniowe, nie wprost, ...), w przeciwieństwie do innych systemów dedukcyjnych.

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – rachunek:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – rachunek:

$(\rightarrow E)$ $\varphi, \varphi \rightarrow \psi \vdash \psi$

$[\rightarrow D]$ $\Gamma, \varphi \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$

$[\neg E]$ $\Gamma, \neg\varphi \vdash \bot \ / \ \Gamma \vdash \varphi$

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – rachunek:

$(\to E)$ $\varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi$

$[\to D]$ $\Gamma, \varphi \vdash \psi \;/\; \Gamma \vdash \varphi \to \psi$

$[\neg E]$ $\Gamma, \neg\varphi \vdash \bot \;/\; \Gamma \vdash \varphi$

Jaśkowski rozważał też reguły dla koniunkcji:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – rachunek:

$(\rightarrow E)$ $\varphi, \varphi \rightarrow \psi \vdash \psi$

$[\rightarrow D]$ $\Gamma, \varphi \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$

$[\neg E]$ $\Gamma, \neg\varphi \vdash \bot \ / \ \Gamma \vdash \varphi$

Jaśkowski rozważał też reguły dla koniunkcji:

$(\wedge D)$ $\varphi, \psi \vdash \varphi \wedge \psi$

$(\wedge E)$ $\varphi \wedge \psi \vdash \varphi$ i $\varphi \wedge \psi \vdash \psi$

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Jaśkowski używał:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Jaśkowski używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Jaśkowski używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)
- linearnej reprezentacji dowodu (L-system)

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Jaśkowski używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)
- linearnej reprezentacji dowodu (L-system)
- reguły nieograniczonego dołączania założeń do dowodu

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Jaśkowski używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)
- linearnej reprezentacji dowodu (L-system)
- reguły nieograniczonego dołączania założeń do dowodu
- reguły repetycji dowolnej formuły.

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Jaśkowski używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)
- linearnej reprezentacji dowodu (L-system)
- reguły nieograniczonego dołączania założeń do dowodu
- reguły repetycji dowolnej formuły.

Uwaga! Bez zastosowania dodatkowych środków może to prowadzić do problemów.

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Przykład "dowodu":

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Przykład "dowodu":

1	p	z

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Przykład "dowodu":

1	p	z
2	q	z

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Przykład "dowodu":

1	p	z
2	q	z
3	p	1, rep.

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Przykład "dowodu":

1	p	z
2	q	z
3	p	1, rep.
4	$q \rightarrow p$	2-3, $\rightarrow D$

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Przykład "dowodu":

1	p	z
2	q	z
3	p	1, rep.
4	$q \rightarrow p$	2-3, $\rightarrow D$
5	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$	1-4, $\rightarrow D$

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Systemy DN Jaśkowskiego – realizacja:

Przykład "dowodu":

1	p	z
2	q	z
3	p	1, rep.
4	$q \rightarrow p$	2-3, $\rightarrow D$
5	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$	1-4, $\rightarrow D$
6	$(p \rightarrow (q \rightarrow p)) \wedge p$	5, 3 $\wedge D*$

$*$ – błędne zastosowanie reguły

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Jak uniknąć takich problemów?

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Jak uniknąć takich problemów?

Należy zastosować dodatkowe środki do zaznaczenia zasięgu aktywnych założeń dodatkowych.

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Jak uniknąć takich problemów?

Należy zastosować dodatkowe środki do zaznaczenia zasięgu aktywnych założeń dodatkowych.

- Pierwsze rozwiązanie Jaśkowskiego (1927) – zastosowanie zanurzanych prostokątów

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Jak uniknąć takich problemów?

Należy zastosować dodatkowe środki do zaznaczenia zasięgu aktywnych założeń dodatkowych.

- Pierwsze rozwiązanie Jaśkowskiego (1927) – zastosowanie zanurzanych prostokątów
- Drugie rozwiązanie Jaśkowskiego (1934) – zastosowanie prefiksów (zarzucenie F-systemu)

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Pierwszy system Jaśkowskiego – realizacja reguł sekwentowych:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Pierwszy system Jaśkowskiego – realizacja reguł sekwentowych:

$$\begin{array}{l} \Gamma \\ \quad \boxed{\begin{array}{l} \varphi \\ \Gamma' \\ \vdots \\ \psi \end{array}} \\ \varphi \to \psi \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} \Gamma \\ \quad \boxed{\begin{array}{l} \neg\varphi \\ \Gamma' \\ \vdots \\ \bot \end{array}} \\ \varphi \end{array}$$

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Pierwszy system Jaśkowskiego – realizacja reguł sekwentowych:

$$\begin{array}{l}\Gamma\\ \quad\boxed{\begin{array}{l}\varphi\\ \Gamma'\\ \vdots\\ \psi\end{array}}\\ \varphi \longrightarrow \psi\end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l}\Gamma\\ \quad\boxed{\begin{array}{l}\neg\varphi\\ \Gamma'\\ \vdots\\ \bot\end{array}}\\ \varphi\end{array}$$

Repetycja dozwolona tylko do wewnętrznego prostokąta ($\Gamma' \subseteq \Gamma$)!

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Pierwszy system Jaśkowskiego – realizacja reguł sekwentowych:

$$\begin{array}{l} \Gamma \\ \quad \boxed{\begin{array}{l} \varphi \\ \Gamma' \\ \vdots \\ \psi \end{array}} \\ \varphi \rightarrow \psi \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} \Gamma \\ \quad \boxed{\begin{array}{l} \neg\varphi \\ \Gamma' \\ \vdots \\ \bot \end{array}} \\ \varphi \end{array}$$

Repetycja dozwolona tylko do wewnętrznego prostokąta ($\Gamma' \subseteq \Gamma$)!

Koszta: Definicja dowodu się komplikuje

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Drugi system Jaśkowskiego – prefiksowane formuły:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Drugi system Jaśkowskiego – prefiksowane formuły:

1. Prefiks to ciąg liczb naturalnych, który ma być zapisem zależności formuły od założeń.

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Drugi system Jaśkowskiego – prefiksowane formuły:

1. Prefiks to ciąg liczb naturalnych, który ma być zapisem zależności formuły od założeń. Teza to formuła z pustym prefiksem.

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Drugi system Jaśkowskiego – prefiksowane formuły:

1. Prefiks to ciąg liczb naturalnych, który ma być zapisem zależności formuły od założeń. Teza to formuła z pustym prefiksem.
2. Założenie φ wprowadzamy jako $\sigma.i.S\varphi$, gdzie σ to prefiks poprzedniej formuły w dowodzie, i to kolejna liczba naturalna, S oznacza założenie.

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Drugi system Jaśkowskiego – prefiksowane formuły:

1. Prefiks to ciąg liczb naturalnych, który ma być zapisem zależności formuły od założeń. Teza to formuła z pustym prefiksem.
2. Założenie φ wprowadzamy jako $\sigma.i.S\varphi$, gdzie σ to prefiks poprzedniej formuły w dowodzie, i to kolejna liczba naturalna, S oznacza założenie.
3. Zastosowanie reguły konstrukcji dowodu (zamknięcie poddowodu) wprowadza formułę z prefiksem σ, jeżeli formuła z poprzedniego wiersza miała prefiks $\sigma.i$

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Drugi system Jaśkowskiego – prefiksowane formuły:

1. Prefiks to ciąg liczb naturalnych, który ma być zapisem zależności formuły od założeń. Teza to formuła z pustym prefiksem.
2. Założenie φ wprowadzamy jako $\sigma.i.S\varphi$, gdzie σ to prefiks poprzedniej formuły w dowodzie, i to kolejna liczba naturalna, S oznacza założenie.
3. Zastosowanie reguły konstrukcji dowodu (zamknięcie poddowodu) wprowadza formułę z prefiksem σ, jeżeli formuła z poprzedniego wiersza miała prefiks $\sigma.i$
4. Zastosowanie reguły inferencji wprowadza formułę z prefiksem σ takim samym jak prefiks poprzedniej formuły i jest dozwolone tylko jeżeli prefiksy przesłanek są takie same lub identyczne z początkowym segmentem σ (repetycja zbędna)

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Drugi system Jaśkowskiego – realizacja reguł sekwentowych:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Drugi system Jaśkowskiego – realizacja reguł sekwentowych:

$1\gamma_1$	$1\gamma_1$
$\vdots$	$\vdots$
$\sigma\gamma_n$	$\sigma\gamma_n$
$\sigma.iS\varphi$	$\sigma.iS\neg\varphi$
$\vdots$	$\vdots$
$\sigma.i\psi$	$\sigma.i\bot$
$\sigma\varphi \rightarrow \psi$	$\sigma\varphi$

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Przykład dowodu:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Przykład dowodu:

1	p	$z.$
2	$\neg\neg\neg p$	$z.$
3	p	$(1, rep.)$
4	$\neg\neg p$	$z.$
5	$\neg\neg\neg p$	$(2, rep.)$
6	$\neg p$	$[4, 5, \neg E]$
7	$\neg\neg p$	$[3, 6, \neg E]$
8	$p \rightarrow \neg\neg p$	$[\rightarrow D]$

1	$1.Sp$	
2	$1.1.S\neg\neg\neg p$	
3	$1.1.1.S\neg\neg p$	
4	$1.1.\neg p$	$[2, 3, \neg E]$
5	$1.\neg\neg p$	$[1, 4, \neg E]$
6	$p \rightarrow \neg\neg p$	$[\rightarrow D]$

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Wpływ rozwiązań Jaśkowskiego na współczesne systemy DN:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Wpływ rozwiązań Jaśkowskiego na współczesne systemy DN:

1. Słupecki/Borkowski – modyfikacja prefiksowanego systemu

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Wpływ rozwiązań Jaśkowskiego na współczesne systemy DN:

1. Słupecki/Borkowski – modyfikacja prefiksowanego systemu
2. większość stosowanych w praktyce systemów DN to modyfikacje pierwszego systemu, m.in:

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Wpływ rozwiązań Jaśkowskiego na współczesne systemy DN:

1. Słupecki/Borkowski – modyfikacja prefiksowanego systemu
2. większość stosowanych w praktyce systemów DN to modyfikacje pierwszego systemu, m.in:
   - 1952 – Fitch; pionowe linie zamiast prostokątów dla poddowodów

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Wpływ rozwiązań Jaśkowskiego na współczesne systemy DN:

1. Słupecki/Borkowski – modyfikacja prefiksowanego systemu
2. większość stosowanych w praktyce systemów DN to modyfikacje pierwszego systemu, m.in:
    - 1952 – Fitch; pionowe linie zamiast prostokątów dla poddowodów
    - 1954 – Copi; poddowody w nawiasach

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Wpływ rozwiązań Jaśkowskiego na współczesne systemy DN:

1. Słupecki/Borkowski – modyfikacja prefiksowanego systemu
2. większość stosowanych w praktyce systemów DN to modyfikacje pierwszego systemu, m.in:
   - 1952 – Fitch; pionowe linie zamiast prostokątów dla poddowodów
   - 1954 – Copi; poddowody w nawiasach
   - 1957 – Kalish/Montague; format Jaśkowskiego z dodanymi wierszami wskazującymi cel poddowodu

SYSTEMY DN JAŚKOWSKIEGO

Wpływ rozwiązań Jaśkowskiego na współczesne systemy DN:

1. Słupecki/Borkowski – modyfikacja prefiksowanego systemu
2. większość stosowanych w praktyce systemów DN to modyfikacje pierwszego systemu, m.in:
    - 1952 – Fitch; pionowe linie zamiast prostokątów dla poddowodów
    - 1954 – Copi; poddowody w nawiasach
    - 1957 – Kalish/Montague; format Jaśkowskiego z dodanymi wierszami wskazującymi cel poddowodu

Uwaga: system Kalisha/Montague (KM) będzie wprowadzony dalej jako bazowy.

SYSTEMY DN GENTZENA

Pierwszy system DN Gentzena – rachunek:

SYSTEMY DN GENTZENA

Pierwszy system DN Gentzena – rachunek:

$(\rightarrow E)\quad \varphi, \varphi \rightarrow \psi \vdash \psi$

$[\rightarrow D]\quad \Gamma, \varphi \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$

SYSTEMY DN GENTZENA

Pierwszy system DN Gentzena – rachunek:

$(\rightarrow E)$ $\quad \varphi, \varphi \rightarrow \psi \vdash \psi$

$[\rightarrow D]$ $\quad \Gamma, \varphi \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$

$(\wedge D)$ $\quad \varphi, \psi \vdash \varphi \wedge \psi$

$(\wedge E)$ $\quad \varphi \wedge \psi \vdash \varphi$ i $\varphi \wedge \psi \vdash \psi$

SYSTEMY DN GENTZENA

Pierwszy system DN Gentzena – rachunek:

$(\to E)$	$\varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi$
$[\to D]$	$\Gamma, \varphi \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \to \psi$
$(\wedge D)$	$\varphi, \psi \vdash \varphi \wedge \psi$
$(\wedge E)$	$\varphi \wedge \psi \vdash \varphi$ i $\varphi \wedge \psi \vdash \psi$
$(\vee D)$	$\varphi \vdash \varphi \vee \psi$ i $\psi \vdash \varphi \vee \psi$
$[\vee E]$	$\Gamma, \varphi \vdash \chi; \Delta, \psi \vdash \chi \ / \ \Gamma, \Delta, \varphi \vee \psi \vdash \chi$

SYSTEMY DN GENTZENA

Pierwszy system DN Gentzena – rachunek:

$(\rightarrow E)$	$\varphi, \varphi \rightarrow \psi \vdash \psi$
$[\rightarrow D]$	$\Gamma, \varphi \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$
$(\wedge D)$	$\varphi, \psi \vdash \varphi \wedge \psi$
$(\wedge E)$	$\varphi \wedge \psi \vdash \varphi$ i $\varphi \wedge \psi \vdash \psi$
$(\vee D)$	$\varphi \vdash \varphi \vee \psi$ i $\psi \vdash \varphi \vee \psi$
$[\vee E]$	$\Gamma, \varphi \vdash \chi; \ \Delta, \psi \vdash \chi \ / \ \Gamma, \Delta, \varphi \vee \psi \vdash \chi$
$[\neg D]$	$\Gamma, \varphi \vdash \bot \ / \ \Gamma \vdash \neg\varphi$
$(\neg E)$	$\varphi, \neg\varphi \vdash \bot$ i $\bot \vdash \varphi$

SYSTEMY DN GENTZENA

Pierwszy system DN Gentzena – rachunek:

$(\to E)$	$\varphi, \varphi \to \psi \vdash \psi$
$[\to D]$	$\Gamma, \varphi \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \to \psi$
$(\wedge D)$	$\varphi, \psi \vdash \varphi \wedge \psi$
$(\wedge E)$	$\varphi \wedge \psi \vdash \varphi$ i $\varphi \wedge \psi \vdash \psi$
$(\vee D)$	$\varphi \vdash \varphi \vee \psi$ i $\psi \vdash \varphi \vee \psi$
$[\vee E]$	$\Gamma, \varphi \vdash \chi;\ \Delta, \psi \vdash \chi \ / \ \Gamma, \Delta, \varphi \vee \psi \vdash \chi$
$[\neg D]$	$\Gamma, \varphi \vdash \bot \ / \ \Gamma \vdash \neg\varphi$
$(\neg E)$	$\varphi, \neg\varphi \vdash \bot$ i $\bot \vdash \varphi$
(EM)	$\vdash \neg\varphi \vee \varphi$ lub $(\neg\neg E)$ $\neg\neg\varphi \vdash \varphi$

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Gentzen używał:

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Gentzen używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Gentzen używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)
- reprezentacji dowodu jako drzewa (liście to założenia, korzeń to teza dowodzona) (T-system)

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Gentzen używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)
- reprezentacji dowodu jako drzewa (liście to założenia, korzeń to teza dowodzona) (T-system)
- dla każdej stałej para reguł: dołączania i eliminacji

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Gentzen używał:

- formuł (F-system – sekwenty jako reguły inferencji, reguły sekwentowe jako reguły konstrukcji dowodu)
- reprezentacji dowodu jako drzewa (liście to założenia, korzeń to teza dowodzona) (T-system)
- dla każdej stałej para reguł: dołączania i eliminacji

Podstawowa różnica: w L-systemach w dowodzie używamy formuł a w T-systemach używamy konkretnych wystąpień formuł (wszystkie przesłanki zastosowania danej reguły są podane explicite nad wnioskiem)

SYSTEMY DN GENTZENA

Przykład dowodu:

SYSTEMY DN GENTZENA

Przykład dowodu:

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{\cfrac{[p] \quad [p \rightarrow q]}{q} \qquad [q \rightarrow r]}{r}}{p \rightarrow r}}{(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)}}{(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))}$$

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Zalety T-systemu DN Gentzena:

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Zalety T-systemu DN Gentzena:

- dobra reprezentacja struktury dowodu

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Zalety T-systemu DN Gentzena:

- dobra reprezentacja struktury dowodu
- nie ma ryzyka niepoprawnych inferencji (gdyż każde wystąpienie danej formuły używamy tylko raz!)

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Zalety T-systemu DN Gentzena:

- dobra reprezentacja struktury dowodu
- nie ma ryzyka niepoprawnych inferencji (gdyż każde wystąpienie danej formuły używamy tylko raz!)

Dlatego T-system Gentzena wykorzystywany głównie w pracach teoretycznych poświęconych DN (np. Prawitz)

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Wady T-systemu DN Gentzena:

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Wady T-systemu DN Gentzena:

- odbiega od praktyki dowodzenia (liearne przejścia od zdań do zdań)

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Wady T-systemu DN Gentzena:

- odbiega od praktyki dowodzenia (liearne przejścia od zdań do zdań)
- jest niepraktyczny (przydatny raczej do zapisu gotowego dowodu niż do aktualnego dowodzenia)

SYSTEMY DN GENTZENA

Systemy DN Gentzena – realizacja:

Wady T-systemu DN Gentzena:

- odbiega od praktyki dowodzenia (liearne przejścia od zdań do zdań)
- jest niepraktyczny (przydatny raczej do zapisu gotowego dowodu niż do aktualnego dowodzenia)
- jest nieekonomiczny (bo korzysta z wystąpień formuł)

SYSTEMY DN GENTZENA

Nieekonomiczność systemu DN Gentzena – przykład:

SYSTEMY DN GENTZENA

Nieekonomiczność systemu DN Gentzena – przykład:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[q] \qquad \dfrac{[p \land (q \land p \to r)]}{p}}{q \land p} \qquad \dfrac{[p \land (q \land p \to r)]}{q \land p \to r}}{r}}{q \to r}}{(p \land (q \land p \to r)) \to (q \to p)}$$

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena (1936) – rachunek

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena (1936) – rachunek

$$
\begin{array}{ll}
(A_S) & \varphi \vdash \varphi \\
(W_S) & \Gamma \vdash \varphi \;/\; \psi, \Gamma \vdash \varphi
\end{array}
$$

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena (1936) – rachunek

(A_S) $\varphi \vdash \varphi$

(W_S) $\Gamma \vdash \varphi \;/\; \psi, \Gamma \vdash \varphi$

$(\wedge D_S)$ $\Gamma \vdash \varphi; \Delta \vdash \psi \;/\; \Gamma, \Delta \vdash \varphi \wedge \psi$

$(\wedge E_S)$ $\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi \;/\; \Gamma \vdash \varphi$ i $\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi \;/\; \Gamma \vdash \psi$

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena (1936) – rachunek

(A_S)	$\varphi \vdash \varphi$
(W_S)	$\Gamma \vdash \varphi \;/\; \psi, \Gamma \vdash \varphi$
$(\wedge D_S)$	$\Gamma \vdash \varphi; \Delta \vdash \psi \;/\; \Gamma, \Delta \vdash \varphi \wedge \psi$
$(\wedge E_S)$	$\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi \;/\; \Gamma \vdash \varphi$ i $\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi \;/\; \Gamma \vdash \psi$
$(\vee D_S)$	$\Gamma \vdash \varphi \;/\; \Gamma \vdash \varphi \vee \psi$ i $\Gamma \vdash \psi \;/\; \Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
$(\vee E_S)$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi; \varphi, \Delta \vdash \chi; \psi, \Lambda \vdash \chi \;/\; \Gamma, \Delta, \Lambda \vdash \chi$

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena (1936) – rachunek

$$
\begin{array}{rl}
(A_S) & \varphi \vdash \varphi \\
(W_S) & \Gamma \vdash \varphi \ / \ \psi, \Gamma \vdash \varphi \\
(\wedge D_S) & \Gamma \vdash \varphi; \Delta \vdash \psi \ / \ \Gamma, \Delta \vdash \varphi \wedge \psi \\
(\wedge E_S) & \Gamma \vdash \varphi \wedge \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \ \text{ i } \ \Gamma \vdash \varphi \wedge \psi \ / \ \Gamma \vdash \psi \\
(\vee D_S) & \Gamma \vdash \varphi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \vee \psi \ \text{ i } \ \Gamma \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \vee \psi \\
(\vee E_S) & \Gamma \vdash \varphi \vee \psi; \varphi, \Delta \vdash \chi; \psi, \Lambda \vdash \chi \ / \ \Gamma, \Delta, \Lambda \vdash \chi \\
(\rightarrow D_S) & \varphi, \Gamma \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi \\
(\rightarrow E_S) & \Gamma \vdash \varphi; \Delta \vdash \varphi \rightarrow \psi \ / \ \Gamma, \Delta \vdash \psi
\end{array}
$$

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena (1936) – rachunek

(A_S)	$\varphi \vdash \varphi$
(W_S)	$\Gamma \vdash \varphi \ / \ \psi, \Gamma \vdash \varphi$
$(\wedge D_S)$	$\Gamma \vdash \varphi; \Delta \vdash \psi \ / \ \Gamma, \Delta \vdash \varphi \wedge \psi$
$(\wedge E_S)$	$\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi$ i $\Gamma \vdash \varphi \wedge \psi \ / \ \Gamma \vdash \psi$
$(\vee D_S)$	$\Gamma \vdash \varphi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \vee \psi$ i $\Gamma \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \vee \psi$
$(\vee E_S)$	$\Gamma \vdash \varphi \vee \psi; \varphi, \Delta \vdash \chi; \psi, \Lambda \vdash \chi \ / \ \Gamma, \Delta, \Lambda \vdash \chi$
$(\rightarrow D_S)$	$\varphi, \Gamma \vdash \psi \ / \ \Gamma \vdash \varphi \rightarrow \psi$
$(\rightarrow E_S)$	$\Gamma \vdash \varphi; \Delta \vdash \varphi \rightarrow \psi \ / \ \Gamma, \Delta \vdash \psi$
$(\neg D_S)$	$\varphi, \Gamma \vdash \psi; \varphi, \Delta \vdash \neg\psi \ / \ \Gamma, \Delta \vdash \neg\varphi$
$(\neg E_S)$	$\Gamma \vdash \neg\neg\varphi \ / \ \Gamma \vdash \varphi$

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – realizacja:

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – realizacja:

- elementami dowodu są sekwenty a nie formuły – S-system (sekwent odpowiada regule wprowadzania założeń a reguły sekwentowe to reguły inferencji)

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – realizacja:

- elementami dowodu są sekwenty a nie formuły – S-system (sekwent odpowiada regule wprowadzania założeń a reguły sekwentowe to reguły inferencji)
- eliminacja i dołączanie stałych tylko w następnikach sekwentów

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – realizacja:

- elementami dowodu są sekwenty a nie formuły – S-system (sekwent odpowiada regule wprowadzania założeń a reguły sekwentowe to reguły inferencji)
- eliminacja i dołączanie stałych tylko w następnikach sekwentów
- regułom konstrukcji dowodu z F-systemu odpowiadają te reguły inferencji, w których zbiór założeń (poprzednik sekwentu) jest zmniejszany

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – realizacja:

- elementami dowodu są sekwenty a nie formuły – S-system (sekwent odpowiada regule wprowadzania założeń a reguły sekwentowe to reguły inferencji)
- eliminacja i dołączanie stałych tylko w następnikach sekwentów
- regułom konstrukcji dowodu z F-systemu odpowiadają te reguły inferencji, w których zbiór założeń (poprzednik sekwentu) jest zmniejszany
- dowody w postaci drzew

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – uwagi:

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – uwagi:

Sekwentowy DN Gentzena to przeciwny biegun do systemów aksjomatycznych (tam: dużo sekwentów, mało reguł sekwentowych, a tu: mało sekwentów, dużo reguł).

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – uwagi:

Sekwentowy DN Gentzena to przeciwny biegun do systemów aksjomatycznych (tam: dużo sekwentów, mało reguł sekwentowych, a tu: mało sekwentów, dużo reguł).
Możliwe są jeszcze inne kombinacje, np. systemy:

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – uwagi:

Sekwentowy DN Gentzena to przeciwny biegun do systemów aksjomatycznych (tam: dużo sekwentów, mało reguł sekwentowych, a tu: mało sekwentów, dużo reguł).
Możliwe są jeszcze inne kombinacje, np. systemy:

- Suszki

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – uwagi:

Sekwentowy DN Gentzena to przeciwny biegun do systemów aksjomatycznych (tam: dużo sekwentów, mało reguł sekwentowych, a tu: mało sekwentów, dużo reguł).
Możliwe są jeszcze inne kombinacje, np. systemy:

- Suszki
- Hasenjagera

SYSTEMY DN GENTZENA

Drugi system DN Gentzena – uwagi:

Sekwentowy DN Gentzena to przeciwny biegun do systemów aksjomatycznych (tam: dużo sekwentów, mało reguł sekwentowych, a tu: mało sekwentów, dużo reguł).
Możliwe są jeszcze inne kombinacje, np. systemy:

- Suszki
- Hasenjagera
- Riegera

SYSTEMY DN GENTZENA

Przykład dowodu:

SYSTEMY DN GENTZENA

Przykład dowodu:

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{p \vdash p \qquad p \to q \vdash p \to q}{p, p \to q \vdash q} \qquad q \to r \vdash q \to r}{p, p \to q, q \to r \vdash r}}{p \to q, q \to r \vdash p \to r}}{p \to q \vdash (q \to r) \to (p \to r)}}{\vdash (p \to q) \to ((q \to r) \to (p \to r))}
$$

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Ewolucja S-systemu

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Ewolucja S-systemu

Ekonomizacja realizacji:

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Ewolucja S-systemu

Ekonomizacja realizacji:

1. Operowanie sekwentami pozwala bez ryzyka niepoprawnych inferencji zastąpić T-dowody przez L-dowody – Hermes, Ebbinghaus/Flum

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Ewolucja S-systemu

Ekonomizacja realizacji:

1. Operowanie sekwentami pozwala bez ryzyka niepoprawnych inferencji zastąpić T-dowody przez L-dowody – Hermes, Ebbinghaus/Flum
2. W L-systemie zamiast sekwentów można używać par formuła $+$ zbiór numerów (wierszy) jej aktywnych założeń – Suppes

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Przykład dowodu w DN Suppesa:

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Przykład dowodu w DN Suppesa:

1	$\{1\}$	$p \rightarrow q$	z
2	$\{2\}$	$q \rightarrow r$	z
3	$\{3\}$	p	z
4	$\{1, 3\}$	q	$1, 3, \rightarrow E$
5	$\{1, 2, 3\}$	r	$2, 4, \rightarrow E$
6	$\{1, 2\}$	$p \rightarrow r$	$5, \rightarrow D$
7	$\{1\}$	$(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$	$6, \rightarrow D$
8	$\varnothing$	$(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$	$7, \rightarrow D$

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Zalety i wady DN Suppesa

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Zalety i wady DN Suppesa

- Pozwala na bardziej elastyczną konstrukcję dowodu niż L-systemy w stylu Jaśkowskiego.

SYSTEMY DN W STYLU GENTZENA

Zalety i wady DN Suppesa

- Pozwala na bardziej elastyczną konstrukcję dowodu niż L-systemy w stylu Jaśkowskiego.
- Trudniej go zaadoptować do formalizacji logik nieklasycznych

SYSTEMY DN – PODSUMOWANIE

Podstawowe typy systemów DN:

SYSTEMY DN – PODSUMOWANIE

Podstawowe typy systemów DN:

- L- i F-systemy w tradycji Jaśkowskiego (dowód jako ciąg zagnieżdżonych poddowodów – ordered assumption approach)

SYSTEMY DN – PODSUMOWANIE

Podstawowe typy systemów DN:

- L- i F-systemy w tradycji Jaśkowskiego (dowód jako ciąg zagnieżdżonych poddowodów – ordered assumption approach)
- L- i S-systemy w tradycji Gentzen/Suppes (dowód jako ciąg sekwentów – recorded assumption approach)

SYSTEMY DN – PODSUMOWANIE

Podstawowe typy systemów DN:

- L- i F-systemy w tradycji Jaśkowskiego (dowód jako ciąg zagnieżdżonych poddowodów – ordered assumption approach)
- L- i S-systemy w tradycji Gentzen/Suppes (dowód jako ciąg sekwentów – recorded assumption approach)
- T- i F-systemy w tradycji Gentzena (dowód jako drzewo (wystąpień) formuł)

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – konwencje notacyjne:

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – konwencje notacyjne:

α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$\varphi \wedge \psi$	φ	ψ	$\neg(\varphi \wedge \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$
$\neg(\varphi \vee \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$\varphi \vee \psi$	φ	ψ
$\neg(\varphi \rightarrow \psi)$	φ	$\neg\psi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\neg\varphi$	ψ

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – konwencje notacyjne:

α	α_1	α_2	β	β_1	β_2
$\varphi \wedge \psi$	φ	ψ	$\neg(\varphi \wedge \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$
$\neg(\varphi \vee \psi)$	$\neg\varphi$	$\neg\psi$	$\varphi \vee \psi$	φ	ψ
$\neg(\varphi \rightarrow \psi)$	φ	$\neg\psi$	$\varphi \rightarrow \psi$	$\neg\varphi$	ψ

$$-\varphi := \begin{cases} \neg\varphi & \text{jeżeli } \varphi \text{nie jest negacją} \\ \psi & \text{jeżeli } \varphi := \neg\psi \end{cases}$$

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – rachunek:

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – rachunek:

(αE)	$\alpha \;/\; \alpha_i$, gdzie $i \in \{1,2\}$
(αD)	$\alpha_1 \;,\; \alpha_2 \;/\; \alpha$
(βE)	$\beta \;,\; -\beta_i \;/\; \beta_j$, gdzie $i \neq j \in \{1,2\}$
(βD)	$\beta_i \;/\; \beta$, gdzie $i \in \{1,2\}$
$(\bot E)$	$\bot \;/\; \varphi$
$(\bot D)$	$\varphi, \; -\varphi \;/\; \bot$
$(\neg\neg)$	$\neg\neg\varphi \;//\; \varphi$
$[COND]$	jeżeli $\Gamma, -\beta_i \vdash \beta_j$, to $\Gamma \vdash \beta$
$[RED]$	jeżeli $\Gamma, \; -\varphi \vdash \bot$, to $\Gamma \vdash \varphi$

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – rachunek:

(αE)	α / α_i, gdzie $i \in \{1,2\}$
(αD)	α_1 , α_2 / α
(βE)	β , $-\beta_i$ / β_j , gdzie $i \neq j \in \{1,2\}$
(βD)	β_i / β , gdzie $i \in \{1,2\}$
($\bot$E)	$\bot$ / φ
($\bot$D)	φ, $-\varphi$ / $\bot$
($\neg\neg$)	$\neg\neg\varphi$ // φ
[*COND*]	jeżeli $\Gamma, -\beta_i \vdash \beta_j$, to $\Gamma \vdash \beta$
[*RED*]	jeżeli Γ, $-\varphi \vdash \bot$, to $\Gamma \vdash \varphi$

Uwaga: zestaw reguł bardzo redundantny; w oryginalnym systemie Kalisha Montague standardowy.

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – realizacja:

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – realizacja:

System KM jest L- i F-systemem (poddowody zakończone zamykamy w prostokątach Jaśkowskiego).

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – realizacja:

System KM jest L- i F-systemem (poddowody zakończone zamykamy w prostokątach Jaśkowskiego).
W KM są 2 rodzaje wierszy w dowodzie:

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – realizacja:

System KM jest L- i F-systemem (poddowody zakończone zamykamy w prostokątach Jaśkowskiego).
W KM są 2 rodzaje wierszy w dowodzie:

- U-wiersze (użytkowe) – zawierają założenia, przesłanki, konkluzje stosowanych reguł ; formuły z U-wierszy to U-formuły (użytkowe, do wykorzystania);

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – realizacja:

System KM jest L- i F-systemem (poddowody zakończone zamykamy w prostokątach Jaśkowskiego).
W KM są 2 rodzaje wierszy w dowodzie:

- U-wiersze (użytkowe) – zawierają założenia, przesłanki, konkluzje stosowanych reguł ; formuły z U-wierszy to U-formuły (użytkowe, do wykorzystania);
- S-wiersze (od prefiksu SHOW) – zawierają formuły, które chcemy dowieść (S-formuły, wskaźniki celu); otwierają one dowód główny i jego poddowody.

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – realizacja:

System KM jest L- i F-systemem (poddowody zakończone zamykamy w prostokątach Jaśkowskiego).
W KM są 2 rodzaje wierszy w dowodzie:

- U-wiersze (użytkowe) – zawierają założenia, przesłanki, konkluzje stosowanych reguł ; formuły z U-wierszy to U-formuły (użytkowe, do wykorzystania);
- S-wiersze (od prefiksu SHOW) – zawierają formuły, które chcemy dowieść (S-formuły, wskaźniki celu); otwierają one dowód główny i jego poddowody.

KM ma charakter dynamiczny – zakończenie poddowodu zamienia otwierającą go S-formułę w U-formułę (prekreślamy prefiks SHOW – SHØW).

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – realizacja reguł sekwentowych:

SYSTEM KM

System Kalisha/Montague – realizacja reguł sekwentowych:

$$
\begin{array}{l}
\Gamma \\
\text{SHØW: } \beta \\
\quad \boxed{\begin{array}{l} -\beta_i \\ \Gamma' \\ \vdots \\ \beta_j \end{array}}
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{l}
\Gamma \\
\text{SHØW: } \varphi \\
\quad \boxed{\begin{array}{l} \neg\varphi \\ \Gamma' \\ \vdots \\ \bot \end{array}}
\end{array}
$$

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Dla eliminacji $\forall$ i dołączania $\exists$ stosuje się reguły inferencji postaci:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Dla eliminacji $\forall$ i dołączania $\exists$ stosuje się reguły inferencji postaci:

$(\forall E)$ $\quad \forall x\varphi \vdash \varphi[x/\tau]$, gdzie τ to dowolny term

$(\exists D)$ $\quad \varphi[x/\tau] \vdash \exists x\varphi$, gdzie τ to dowolny term

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Dla eliminacji $\forall$ i dołączania $\exists$ stosuje się reguły inferencji postaci:

$(\forall E)$ $\quad \forall x\varphi \vdash \varphi[x/\tau]$, gdzie τ to dowolny term

$(\exists D)$ $\quad \varphi[x/\tau] \vdash \exists x\varphi$, gdzie τ to dowolny term

lub (w S-systemach)

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Dla eliminacji $\forall$ i dołączania $\exists$ stosuje się reguły inferencji postaci:

$(\forall E)$ $\forall x\varphi \vdash \varphi[x/\tau]$, gdzie τ to dowolny term

$(\exists D)$ $\varphi[x/\tau] \vdash \exists x\varphi$, gdzie τ to dowolny term

lub (w S-systemach)

$(\forall E_S)$ $\Gamma \Rightarrow \forall x\varphi \vdash \Gamma \Rightarrow \varphi[x/\tau]$, gdzie τ to dowolny term

$(\exists D_S)$ $\Gamma \Rightarrow \varphi[x/\tau] \vdash \Gamma \Rightarrow \exists x\varphi$, gdzie τ to dowolny term

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

W systemach DN panuje duża rozmaitość rozwiązań jeżeli chodzi o pozostałe dwie reguły – dołączania $\forall$ i eliminacji $\exists$:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

W systemach DN panuje duża rozmaitość rozwiązań jeżeli chodzi o pozostałe dwie reguły – dołączania $\forall$ i eliminacji $\exists$:

- $(\forall D)$ jako reguła inferencji, $(\exists E)$ jako reguła konstrukcji dowodu (Gentzen)

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

W systemach DN panuje duża rozmaitość rozwiązań jeżeli chodzi o pozostałe dwie reguły – dołączania $\forall$ i eliminacji $\exists$:

- $(\forall D)$ jako reguła inferencji, $(\exists E)$ jako reguła konstrukcji dowodu (Gentzen)
- $(\exists E)$ jako reguła inferencji, $(\forall D)$ jako reguła konstrukcji dowodu (Jaśkowski, Kalish/Montague)

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

W systemach DN panuje duża rozmaitość rozwiązań jeżeli chodzi o pozostałe dwie reguły – dołączania $\forall$ i eliminacji $\exists$:

- $(\forall D)$ jako reguła inferencji, $(\exists E)$ jako reguła konstrukcji dowodu (Gentzen)
- $(\exists E)$ jako reguła inferencji, $(\forall D)$ jako reguła konstrukcji dowodu (Jaśkowski, Kalish/Montague)
- obie reguły jako reguły inferencji (Quine, Słupecki/Borkowski)

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

W systemach DN panuje duża rozmaitość rozwiązań jeżeli chodzi o pozostałe dwie reguły – dołączania $\forall$ i eliminacji $\exists$:

- $(\forall D)$ jako reguła inferencji, $(\exists E)$ jako reguła konstrukcji dowodu (Gentzen)
- $(\exists E)$ jako reguła inferencji, $(\forall D)$ jako reguła konstrukcji dowodu (Jaśkowski, Kalish/Montague)
- obie reguły jako reguły inferencji (Quine, Słupecki/Borkowski)
- obie reguły jako reguły konstrukcji dowodu (Fitch, Thomas)

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Eliminacja $\exists$ jako reguła konstrukcji dowodu jest realizacją następującej reguły sekwentowej:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Eliminacja $\exists$ jako reguła konstrukcji dowodu jest realizacją następującej reguły sekwentowej:
$[\exists E^p]$ $\Gamma \vdash \exists x \varphi;\ \Delta, \varphi[x/a] \vdash \psi\ /\ \Gamma, \Delta \vdash \psi$, pod warunkiem, że a jest nową stałą w φ, ψ i zbiorze aktywnych założeń Γ, Δ

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Eliminacja $\exists$ jako reguła konstrukcji dowodu jest realizacją następującej reguły sekwentowej:
$[\exists E^p]$ $\Gamma \vdash \exists x\varphi;\ \Delta, \varphi[x/a] \vdash \psi\ /\ \Gamma, \Delta \vdash \psi$, pod warunkiem, że a jest nową stałą w φ, ψ i zbiorze aktywnych założeń Γ, Δ

Realizacja tej reguły w T-systemie Gentzena wygląda następująco:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Eliminacja $\exists$ jako reguła konstrukcji dowodu jest realizacją następującej reguły sekwentowej:
$[\exists E^p]$ $\Gamma \vdash \exists x\varphi;\ \Delta, \varphi[x/a] \vdash \psi\ /\ \Gamma, \Delta \vdash \psi$, pod warunkiem, że a jest nową stałą w φ, ψ i zbiorze aktywnych założeń Γ, Δ

Realizacja tej reguły w T-systemie Gentzena wygląda następująco:

$$\dfrac{\begin{matrix}\Gamma \\ \vdots \\ \exists x\varphi\end{matrix} \qquad \begin{matrix}[\varphi[x/a]], \Delta \\ \vdots \\ \psi\end{matrix}}{\psi}$$

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Dołączanie $\forall$ jako reguła konstrukcji dowodu jest realizacją następującej reguły sekwentowej:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Dołączanie $\forall$ jako reguła konstrukcji dowodu jest realizacją następującej reguły sekwentowej:
$[\forall D]$ $\Gamma \vdash \varphi$ / $\Gamma \vdash \forall x \varphi$, pod warunkiem, że x nie jest zmienną wolną w Γ

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Dołączanie $\forall$ jako reguła konstrukcji dowodu jest realizacją następującej reguły sekwentowej:
$[\forall D]$ $\Gamma \vdash \varphi$ / $\Gamma \vdash \forall x \varphi$, pod warunkiem, że x nie jest zmienną wolną w Γ

Realizacja tej reguły w L-systemie Kalisha/Montague wygląda następująco:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla kwantyfikatorów

Dołączanie $\forall$ jako reguła konstrukcji dowodu jest realizacją następującej reguły sekwentowej:
$[\forall D]$ $\Gamma \vdash \varphi$ / $\Gamma \vdash \forall x\varphi$, pod warunkiem, że x nie jest zmienną wolną w Γ

Realizacja tej reguły w L-systemie Kalisha/Montague wygląda następująco:

$$\begin{array}{l} \Gamma \\ \text{SHØW: } \forall x\varphi \\ \quad \boxed{\begin{array}{l} \Gamma' \\ \vdots \\ \varphi \end{array}} \end{array}$$

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły inferencji dla kwantyfikatorów w KM:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły inferencji dla kwantyfikatorów w KM:

($\forall E$) $\forall x\varphi$ / $\varphi[x/\tau]$
($\exists E$) $\exists x\varphi$ / $\varphi[x/y]$, pod warunkiem że y jest nową zmienną w derywa
($\exists D$) $\varphi[x/\tau]$ / $\exists x\varphi$

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły inferencji dla kwantyfikatorów w KM:

($\forall E$) $\forall x\varphi$ / $\varphi[x/\tau]$
($\exists E$) $\exists x\varphi$ / $\varphi[x/y]$, pod warunkiem że y jest nową zmienną w derywa
($\exists D$) $\varphi[x/\tau]$ / $\exists x\varphi$

Uwaga: ($\exists E$) jest taka jak w TAB.

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły inferencji dla wolnej logiki kwantyfikatorów w KM:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły inferencji dla wolnej logiki kwantyfikatorów w KM:

$(F\forall E)$ $\forall x\varphi, E\tau \;/\; \varphi[x/\tau]$

$(F\exists E)$ $\exists x\varphi \;/\; Ey \wedge \varphi[x/y]$,
pod warunkiem że y jest nową zmienną w derywacji

$(F\exists D)$ $\varphi[x/\tau], E\tau \;/\; \exists x\varphi$

$[F\forall D]$ Jeżeli $\Gamma, Ex \vdash \varphi$, to $\Gamma \vdash \forall x\varphi$, pod warunkiem, że $x \notin VF(\Gamma)$

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla identyczności

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla identyczności

Najczęściej do systemu DN dołącza się aksjomat $\tau = \tau$ i regułę Leibniza:

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla identyczności

Najczęściej do systemu DN dołącza się aksjomat $\tau = \tau$ i regułę Leibniza:

$$(LL)\ \tau_1 = \tau_2,\ \varphi \vdash \varphi[\tau_1//\tau_2]$$

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla identyczności

Najczęściej do systemu DN dołącza się aksjomat $\tau = \tau$ i regułę Leibniza:

(*LL*) $\tau_1 = \tau_2,\ \varphi \ \vdash\ \varphi[\tau_1//\tau_2]$

Możliwe jest także czysto regułowe rozwiązanie (np. Kalish/Montague):

SYSTEMY DN DLA KRK

Reguły dla identyczności

Najczęściej do systemu DN dołącza się aksjomat $\tau = \tau$ i regułę Leibniza:

(LL) $\tau_1 = \tau_2,\ \varphi \ \vdash \ \varphi[\tau_1//\tau_2]$

Możliwe jest także czysto regułowe rozwiązanie (np. Kalish/Montague):

$(ID1)$ $\forall x(x = \tau \rightarrow \varphi)\ /\ \varphi[x/\tau]$
$(ID2)$ $\varphi[x/\tau]\ /\ \forall x(x = \tau \rightarrow \varphi)$