LOGIKA II – WPROWADZENIE DO LOGIK NIEKLASYCZNYCH

Andrzej Indrzejczak

Katedra Logiki i Metodologii Nauk UŁ

Łódź, semestr zimowy 2008/2009

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Problemy wstępne

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Problemy wstępne

W przeciwieństwie od **KRZ** zdaniowe logiki modalne można poszerzyć na wiele sposobów. Wybór danej opcji wymaga wstępnego rozwiązania kilku kwestii:

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Problemy wstępne

W przeciwieństwie od **KRZ** zdaniowe logiki modalne można poszerzyć na wiele sposobów. Wybór danej opcji wymaga wstępnego rozwiązania kilku kwestii:

1. czy w różnych światach możliwych te same obiekty czy różne?

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Problemy wstępne

W przeciwieństwie od **KRZ** zdaniowe logiki modalne można poszerzyć na wiele sposobów. Wybór danej opcji wymaga wstępnego rozwiązania kilku kwestii:

1. czy w różnych światach możliwych te same obiekty czy różne?
2. jeżeli te same obiekty, to czy obecne we wszystkich światach? (czy w każdym świecie możliwym ta sama dziedzina?)

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Problemy wstępne

W przeciwieństwie od **KRZ** zdaniowe logiki modalne można poszerzyć na wiele sposobów. Wybór danej opcji wymaga wstępnego rozwiązania kilku kwestii:

1. czy w różnych światach możliwych te same obiekty czy różne?
2. jeżeli te same obiekty, to czy obecne we wszystkich światach? (czy w każdym świecie możliwym ta sama dziedzina?)
3. czy w każdym świecie możliwym nazwy mają mieć taką samą denotację czy różne?

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Problemy wstępne

W przeciwieństwie od **KRZ** zdaniowe logiki modalne można poszerzyć na wiele sposobów. Wybór danej opcji wymaga wstępnego rozwiązania kilku kwestii:

1. czy w różnych światach możliwych te same obiekty czy różne?
2. jeżeli te same obiekty, to czy obecne we wszystkich światach? (czy w każdym świecie możliwym ta sama dziedzina?)
3. czy w każdym świecie możliwym nazwy mają mieć taką samą denotację czy różne?
4. czy każda nazwa ma mieć desygnat w każdym świecie?

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 1.

- "realizm" D. Lewisa

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 1.

- "realizm" D. Lewisa
  – każdy świat ma inną dziedzinę

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 1.

- ”realizm” D. Lewisa
  – każdy świat ma inną dziedzinę $\Longrightarrow$ teoria odpowiedników;

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 1.

- "realizm" D. Lewisa
  – każdy świat ma inną dziedzinę $\Longrightarrow$ teoria odpowiedników; zarzuty:

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 1.

- "realizm" D. Lewisa
  – każdy świat ma inną dziedzinę $\Longrightarrow$ teoria odpowiedników; zarzuty:
  - nieintuicyjność

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 1.

- "realizm" D. Lewisa
  – każdy świat ma inną dziedzinę $\Longrightarrow$ teoria odpowiedników; zarzuty:
  - nieintuicyjność
  - problemy techniczne z formalnym ujęciem relacji odpowiedniości

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 1.

- "realizm" D. Lewisa
  – każdy świat ma inną dziedzinę $\Longrightarrow$ teoria odpowiedników; zarzuty:
  - nieintuicyjność
  - problemy techniczne z formalnym ujęciem relacji odpowiedniości
- te same obiekty w różnych światach

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 1.

- "realizm" D. Lewisa
  – każdy świat ma inną dziedzinę $\Longrightarrow$ teoria odpowiedników; zarzuty:
  - nieintuicyjność
  - problemy techniczne z formalnym ujęciem relacji odpowiedniości
- te same obiekty w różnych światach
  $\Longrightarrow$ rozwiązanie bardziej intuicyjne i technicznie prostsze w konstrukcji semantyki

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu
  – każdy świat ma te same obiekty tylko o różnych cechach;

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu
  – każdy świat ma te same obiekty tylko o różnych cechach; rozwiązanie technicznie prostsze (kwantyfikacja klasyczna) ale nieintuicyjne przy tradycyjnej interpretacji kwantyfikatorów (moc egzystencjalna),

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu
  – każdy świat ma te same obiekty tylko o różnych cechach; rozwiązanie technicznie prostsze (kwantyfikacja klasyczna) ale nieintuicyjne przy tradycyjnej interpretacji kwantyfikatorów (moc egzystencjalna), możliwe rozwiązanie

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu
  – każdy świat ma te same obiekty tylko o różnych cechach; rozwiązanie technicznie prostsze (kwantyfikacja klasyczna) ale nieintuicyjne przy tradycyjnej interpretacji kwantyfikatorów (moc egzystencjalna), możliwe rozwiązanie
  $\Longrightarrow$ possybilizm

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu
  – każdy świat ma te same obiekty tylko o różnych cechach; rozwiązanie technicznie prostsze (kwantyfikacja klasyczna) ale nieintuicyjne przy tradycyjnej interpretacji kwantyfikatorów (moc egzystencjalna), możliwe rozwiązanie
  $\Longrightarrow$ possybilizm
- zmienne dziedziny

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu
  – każdy świat ma te same obiekty tylko o różnych cechach; rozwiązanie technicznie prostsze (kwantyfikacja klasyczna) ale nieintuicyjne przy tradycyjnej interpretacji kwantyfikatorów (moc egzystencjalna), możliwe rozwiązanie
  $\Longrightarrow$ possybilizm
- zmienne dziedziny
  – każdy świat ma swoją dziedzinę obiektów w nim istniejących (aktualizm);

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu
  – każdy świat ma te same obiekty tylko o różnych cechach; rozwiązanie technicznie prostsze (kwantyfikacja klasyczna) ale nieintuicyjne przy tradycyjnej interpretacji kwantyfikatorów (moc egzystencjalna), możliwe rozwiązanie
  $\Longrightarrow$ possybilizm
- zmienne dziedziny
  – każdy świat ma swoją dziedzinę obiektów w nim istniejących (aktualizm); rozwiązanie bardziej intuicyjne i zgodne z tradycyjną interpretacją kwantyfikatorów ale technicznie bardziej skomplikowane

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 2.

- stała dziedzina modelu
  – każdy świat ma te same obiekty tylko o różnych cechach; rozwiązanie technicznie prostsze (kwantyfikacja klasyczna) ale nieintuicyjne przy tradycyjnej interpretacji kwantyfikatorów (moc egzystencjalna), możliwe rozwiązanie
  $\Longrightarrow$ possybilizm
- zmienne dziedziny
  – każdy świat ma swoją dziedzinę obiektów w nim istniejących (aktualizm); rozwiązanie bardziej intuicyjne i zgodne z tradycyjną interpretacją kwantyfikatorów ale technicznie bardziej skomplikowane
  $\Longrightarrow$ logika wolna (**WRK**)

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja
  – każda nazwa ma ten sam desygnat w każdym świecie;

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja
  – każda nazwa ma ten sam desygnat w każdym świecie; rozwiązanie technicznie prostsze, ale nieintuicyjne

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja
  – każda nazwa ma ten sam desygnat w każdym świecie; rozwiązanie technicznie prostsze, ale nieintuicyjne
  $\Longrightarrow$ kłopoty z identycznością, deskrypcjami określonymi

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja
  – każda nazwa ma ten sam desygnat w każdym świecie; rozwiązanie technicznie prostsze, ale nieintuicyjne
  $\Longrightarrow$ kłopoty z identycznością, deskrypcjami określonymi
- ruchoma denotacja

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja
  – każda nazwa ma ten sam desygnat w każdym świecie; rozwiązanie technicznie prostsze, ale nieintuicyjne
  $\Longrightarrow$ kłopoty z identycznością, deskrypcjami określonymi
- ruchoma denotacja
  – nazwa może zmieniać desygnat w różnych światach;

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja
  – każda nazwa ma ten sam desygnat w każdym świecie; rozwiązanie technicznie prostsze, ale nieintuicyjne
  $\Longrightarrow$ kłopoty z identycznością, deskrypcjami określonymi
- ruchoma denotacja
  – nazwa może zmieniać desygnat w różnych światach; rozwiązanie bardziej intuicyjne ale technicznie bardziej skomplikowane

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja
  – każda nazwa ma ten sam desygnat w każdym świecie; rozwiązanie technicznie prostsze, ale nieintuicyjne
  $\Longrightarrow$ kłopoty z identycznością, deskrypcjami określonymi
- ruchoma denotacja
  – nazwa może zmieniać desygnat w różnych światach; rozwiązanie bardziej intuicyjne ale technicznie bardziej skomplikowane

ad 4.
rozróżnienie istnienia obiektu i denotacji nazwy

MODALNE LOGIKI 1-GO RZĘDU

Typowe rozstrzygnięcia.

ad 3.

- sztywna denotacja
  – każda nazwa ma ten sam desygnat w każdym świecie; rozwiązanie technicznie prostsze, ale nieintuicyjne
  $\Longrightarrow$ kłopoty z identycznością, deskrypcjami określonymi
- ruchoma denotacja
  – nazwa może zmieniać desygnat w różnych światach; rozwiązanie bardziej intuicyjne ale technicznie bardziej skomplikowane

ad 4.

rozróżnienie istnienia obiektu i denotacji nazwy
$\Longrightarrow$ logika nazw pustych

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Problemy z **KRK** i **KRKI**:

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Problemy z **KRK** i **KRKI**:

a. wąskie rozumienie nazw

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Problemy z **KRK** i **KRKI**:

a. wąskie rozumienie nazw

b. egzystencjalna moc kwantyfikatorów prowadzi do wielu niepożądanych konsekwencji:

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Problemy z **KRK** i **KRKI**:

a. wąskie rozumienie nazw
b. egzystencjalna moc kwantyfikatorów prowadzi do wielu niepożądanych konsekwencji:

- nie można sformalizować zdań typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje."

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Problemy z **KRK** i **KRKI**:

a. wąskie rozumienie nazw
b. egzystencjalna moc kwantyfikatorów prowadzi do wielu niepożądanych konsekwencji:

- nie można sformalizować zdań typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje."
- tezy **KRK** $Aa \rightarrow \exists xAx$, $\forall xAx \rightarrow Aa$ wymuszają egzystencjalną moc dla nazw a $\forall xAx \rightarrow \exists xAx$ wymusza niepustość dziedziny

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Problemy z **KRK** i **KRKI**:

a. wąskie rozumienie nazw

b. egzystencjalna moc kwantyfikatorów prowadzi do wielu niepożądanych konsekwencji:

- nie można sformalizować zdań typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje."
- tezy **KRK** $Aa \rightarrow \exists xAx$, $\forall xAx \rightarrow Aa$ wymuszają egzystencjalną moc dla nazw a $\forall xAx \rightarrow \exists xAx$ wymusza niepustość dziedziny
- tezy **KRKI** $\exists x(x = a)$ wymuszają istnienie dowolnych obiektów (np. Boga), natomiast formalizacja jakiegokolwiek zdania o nieistnieniu obiektu fikcyjnego daje sprzeczność

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Możliwe strategie radzenia sobie z problemami:

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Możliwe strategie radzenia sobie z problemami:

1. traktować nazwy o nieustalonym statusie jako predykaty, wtedy można zapisać zdania zarówno o istnieniu jak i nieistnieniu np. Boga ($\exists xBx, \neg\exists xBx$) i nie są to tezy lub zdania kontradyktoryczne

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Możliwe strategie radzenia sobie z problemami:

1. traktować nazwy o nieustalonym statusie jako predykaty, wtedy można zapisać zdania zarówno o istnieniu jak i nieistnieniu np. Boga ($\exists xBx, \neg\exists xBx$) i nie są to tezy lub zdania kontradyktoryczne
2. użyć teorii deskrypcji Russella aby wyeliminować kłopotliwe nazwy

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Możliwe strategie radzenia sobie z problemami:

1. traktować nazwy o nieustalonym statusie jako predykaty, wtedy można zapisać zdania zarówno o istnieniu jak i nieistnieniu np. Boga ($\exists xBx, \neg\exists xBx$) i nie są to tezy lub zdania kontradyktoryczne
2. użyć teorii deskrypcji Russella aby wyeliminować kłopotliwe nazwy
3. odrzucić tradycyjną interpretację kwantyfikatorów (moc egzystencjalna)

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Możliwe strategie radzenia sobie z problemami:

1. traktować nazwy o nieustalonym statusie jako predykaty, wtedy można zapisać zdania zarówno o istnieniu jak i nieistnieniu np. Boga ($\exists xBx, \neg\exists xBx$) i nie są to tezy lub zdania kontradyktoryczne
2. użyć teorii deskrypcji Russella aby wyeliminować kłopotliwe nazwy
3. odrzucić tradycyjną interpretację kwantyfikatorów (moc egzystencjalna)
4. zrezygnować z **KRK** na rzecz logiki wolnej **WRK**

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Wady rozwiązań 1-2

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Wady rozwiązań 1-2

- Komplikacja przekładu z języka naturalnego, poza tym zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." nadal nie do zapisania

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Wady rozwiązań 1-2

- Komplikacja przekładu z języka naturalnego, poza tym zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." nadal nie do zapisania
- Brak kryteriów uznania, które nazwy traktować jako termy, a które jako predykaty

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Wady rozwiązań 1-2

- Komplikacja przekładu z języka naturalnego, poza tym zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." nadal nie do zapisania
- Brak kryteriów uznania, które nazwy traktować jako termy, a które jako predykaty
  $\Longrightarrow$ Quine: całkowita eliminacja nazw – tylko zmienne

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Wady rozwiązań 1-2

- Komplikacja przekładu z języka naturalnego, poza tym zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." nadal nie do zapisania
- Brak kryteriów uznania, które nazwy traktować jako termy, a które jako predykaty
  $\Longrightarrow$ Quine: całkowita eliminacja nazw – tylko zmienne
- Niepożądane konsekwencje logiczne, np. ze zdania "Pegaz nie istnieje.":

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Wady rozwiązań 1-2

- Komplikacja przekładu z języka naturalnego, poza tym zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." nadal nie do zapisania
- Brak kryteriów uznania, które nazwy traktować jako termy, a które jako predykaty
  $\Longrightarrow$ Quine: całkowita eliminacja nazw – tylko zmienne
- Niepożądane konsekwencje logiczne, np. ze zdania "Pegaz nie istnieje.":
  - przy strategii 1 wynika wprawdzie zdanie "Pegaz jest skrzydlaty." ale również "Pegaz jest ropuchą.", gdyż $\neg\exists xPx \models \forall x(Px \rightarrow Ax)$

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Wady rozwiązań 1-2

- Komplikacja przekładu z języka naturalnego, poza tym zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." nadal nie do zapisania
- Brak kryteriów uznania, które nazwy traktować jako termy, a które jako predykaty
  $\Longrightarrow$ Quine: całkowita eliminacja nazw – tylko zmienne
- Niepożądane konsekwencje logiczne, np. ze zdania "Pegaz nie istnieje.":
  - przy strategii 1 wynika wprawdzie zdanie "Pegaz jest skrzydlaty." ale również "Pegaz jest ropuchą.", gdyż $\neg\exists x Px \models \forall x(Px \rightarrow Ax)$
  - przy strategii 2 wynika wprawdzie zdanie "Pegaz nie jest ropuchą." ale również "Pegaz nie jest skrzydlaty.", gdyż $\neg\exists x Px \models \neg\exists x(Px \wedge \forall y(Py \rightarrow x = y) \wedge Ax)$

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 3:

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 3:

$\exists x$ czytamy "dla pewnego (możliwego) x",

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 3:

$\exists x$ czytamy "dla pewnego (możliwego) x",
$\forall x$ – "dla każdego możliwego x"

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 3:

$\exists x$ czytamy "dla pewnego (możliwego) x",
$\forall x$ – "dla każdego możliwego x"
Zalety:

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 3:

$\exists x$ czytamy "dla pewnego (możliwego) x",
$\forall x$ – "dla każdego możliwego x"
Zalety:
a. jeżeli dodamy predykat istnienia E, to zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." można zapisać: $\exists x \neg Ex$, $\exists x Ex$

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 3:

$\exists x$ czytamy "dla pewnego (możliwego) x",
$\forall x$ – "dla każdego możliwego x"
Zalety:
a. jeżeli dodamy predykat istnienia E, to zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." można zapisać: $\exists x \neg Ex$, $\exists x Ex$
b. możliwe jest operowanie (niektórymi) nazwami pustymi (teza $\forall x Ax \rightarrow Aa$ nie wymusza istnienia desygnatu a)

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 3:

$\exists x$ czytamy "dla pewnego (możliwego) x",
$\forall x$ – "dla każdego możliwego x"
Zalety:
a. jeżeli dodamy predykat istnienia E, to zdania typu: "Pewne rzeczy nie istnieją.", "Coś istnieje." można zapisać: $\exists x \neg Ex$, $\exists x Ex$
b. możliwe jest operowanie (niektórymi) nazwami pustymi (teza $\forall x Ax \rightarrow Aa$ nie wymusza istnienia desygnatu a)
c. teza $\exists x(x = a)$ stwierdza tylko możliwość istnienia desygnatu a, dopiero kontyngentna formuła Ea stwierdza jego istnienie

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

(Ewentualne) Wady:

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

(Ewentualne) Wady:

a. niezgodne z tradycją czytanie kwantyfikatorów (np. kryterium istnienia Quine'a)

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

(Ewentualne) Wady:

a. niezgodne z tradycją czytanie kwantyfikatorów (np. kryterium istnienia Quine'a)
b. traktowanie istnienia jako predykatu niezgodne z silną tradycją filozoficzną

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

(Ewentualne) Wady:

a. niezgodne z tradycją czytanie kwantyfikatorów (np. kryterium istnienia Quine'a)
b. traktowanie istnienia jako predykatu niezgodne z silną tradycją filozoficzną
c. akceptacja possybiliów (przedmiotów możliwych) jako przedmiotu rozważań

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

(Ewentualne) Wady:

a. niezgodne z tradycją czytanie kwantyfikatorów (np. kryterium istnienia Quine'a)
b. traktowanie istnienia jako predykatu niezgodne z silną tradycją filozoficzną
c. akceptacja possybiliów (przedmiotów możliwych) jako przedmiotu rozważań
d. przesądzenie o możliwości istnienia desygnatu dowolnej nazwy (np. nazwy "Bóg")

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

(Ewentualne) Wady:

a. niezgodne z tradycją czytanie kwantyfikatorów (np. kryterium istnienia Quine'a)
b. traktowanie istnienia jako predykatu niezgodne z silną tradycją filozoficzną
c. akceptacja possybiliów (przedmiotów możliwych) jako przedmiotu rozważań
d. przesądzenie o możliwości istnienia desygnatu dowolnej nazwy (np. nazwy "Bóg")
e. nazwy przedmiotów sprzecznych nadal nie mogą być traktowane jako termy

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 4: logiki wolne **WRK**

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 4: logiki wolne **WRK**

a. egzystencjalna moc kwantyfikatorów zachowana, ale nazw nie ($\forall x Ax \rightarrow Aa$, $\exists x(x = a)$ nie są tezami!) – co umożliwia bardziej naturalny przekład z języka polskiego (dowolne nazwy jako termy, egzystencjalne czytanie zwrotów kwantyfikatorowych)

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 4: logiki wolne **WRK**

a. egzystencjalna moc kwantyfikatorów zachowana, ale nazw nie ($\forall x Ax \rightarrow Aa$, $\exists x(x = a)$ nie są tezami!) – co umożliwia bardziej naturalny przekład z języka polskiego (dowolne nazwy jako termy, egzystencjalne czytanie zwrotów kwantyfikatorowych)
b. w logice wolnej z identycznością (**WRKI**) predykat istnienia jest definiowalny:

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 4: logiki wolne **WRK**

a. egzystencjalna moc kwantyfikatorów zachowana, ale nazw nie ($\forall x Ax \rightarrow Aa$, $\exists x(x = a)$ nie są tezami!) – co umożliwia bardziej naturalny przekład z języka polskiego (dowolne nazwy jako termy, egzystencjalne czytanie zwrotów kwantyfikatorowych)

b. w logice wolnej z identycznością (**WRKI**) predykat istnienia jest definiowalny:

$Ea := \exists x(x = a)$

Motywy wprowadzenia logiki wolnej

Rozwiązanie 4: logiki wolne **WRK**

a. egzystencjalna moc kwantyfikatorów zachowana, ale nazw nie ($\forall x Ax \rightarrow Aa$, $\exists x(x = a)$ nie są tezami!) – co umożliwia bardziej naturalny przekład z języka polskiego (dowolne nazwy jako termy, egzystencjalne czytanie zwrotów kwantyfikatorowych)

b. w logice wolnej z identycznością (**WRKI**) predykat istnienia jest definiowalny:

$Ea := \exists x(x = a)$

c. reguły logiki wolnej bardziej skomplikowane niż **KRK**, ale z pewnego punktu widzenia (aktualizm) bardziej naturalne

Elementarna logika wolna – język

Do standardowego języka zdaniowego dodajemy:

Elementarna logika wolna – język

Do standardowego języka zdaniowego dodajemy:

- przeliczalny zbiór zmiennych nazwowych $ZN = \{x, y, ...\}$

Elementarna logika wolna – język

Do standardowego języka zdaniowego dodajemy:

- przeliczalny zbiór zmiennych nazwowych $ZN = \{x, y, ...\}$
- przeliczalny zbiór (sztywnych) stałych nazwowych $CON = \{a, b, c, ...\}$

Elementarna logika wolna – język

Do standardowego języka zdaniowego dodajemy:

- przeliczalny zbiór zmiennych nazwowych $ZN = \{x, y, ...\}$
- przeliczalny zbiór (sztywnych) stałych nazwowych $CON = \{a, b, c, ...\}$
- przeliczalny zbiór symboli predykatów $PRED = \{A, B, C, ...\}$

Elementarna logika wolna – język

Do standardowego języka zdaniowego dodajemy:

- przeliczalny zbiór zmiennych nazwowych $ZN = \{x, y, ...\}$
- przeliczalny zbiór (sztywnych) stałych nazwowych $CON = \{a, b, c, ...\}$
- przeliczalny zbiór symboli predykatów $PRED = \{A, B, C, ...\}$
- predykat istnienia: E

Elementarna logika wolna – język

Do standardowego języka zdaniowego dodajemy:

- przeliczalny zbiór zmiennych nazwowych $ZN = \{x, y, ...\}$
- przeliczalny zbiór (sztywnych) stałych nazwowych $CON = \{a, b, c, ...\}$
- przeliczalny zbiór symboli predykatów $PRED = \{A, B, C, ...\}$
- predykat istnienia: E
- kwantyfikatory: $\forall, \exists$

Elementarna logika wolna – język

Do standardowego języka zdaniowego dodajemy:

- przeliczalny zbiór zmiennych nazwowych $ZN = \{x, y, ...\}$
- przeliczalny zbiór (sztywnych) stałych nazwowych $CON = \{a, b, c, ...\}$
- przeliczalny zbiór symboli predykatów $PRED = \{A, B, C, ...\}$
- predykat istnienia: E
- kwantyfikatory: $\forall, \exists$

Zbiór termów to $ZN \cup CON$

Elementarna logika wolna

Reguły DN:

Elementarna logika wolna

Reguły DN:

Do systemu DN Słupeckiego, Borkowskiego dla **KRZ** należy dodać następujące reguły dla kwantyfikatorów:

Elementarna logika wolna

Reguły DN:

Do systemu DN Słupeckiego, Borkowskiego dla **KRZ** należy dodać następujące reguły dla kwantyfikatorów:

$(E\exists)$ $\exists x\varphi$ / Ea, $\varphi(x/a)$, gdzie a to nowa stała nazwowa

Elementarna logika wolna

Reguły DN:

Do systemu DN Słupeckiego, Borkowskiego dla **KRZ** należy dodać następujące reguły dla kwantyfikatorów:

$(E\exists)$ $\exists x\varphi$ / Ea, $\varphi(x/a)$, gdzie a to nowa stała nazwowa

$(D\exists)$ $E\tau$, $\varphi(x/\tau)$ / $\exists x\varphi$, gdzie τ to dowolny term

Elementarna logika wolna

Reguły DN:

Do systemu DN Słupeckiego, Borkowskiego dla **KRZ** należy dodać następujące reguły dla kwantyfikatorów:

($E\exists$) $\exists x\varphi$ / Ea, $\varphi(x/a)$, gdzie a to nowa stała nazwowa

($D\exists$) $E\tau$, $\varphi(x/\tau)$ / $\exists x\varphi$, gdzie τ to dowolny term

($E\forall$) $\forall x\varphi, E\tau$ / $\varphi(x/\tau)$, gdzie τ to dowolny term

Elementarna logika wolna

Reguły DN:

Do systemu DN Słupeckiego, Borkowskiego dla **KRZ** należy dodać następujące reguły dla kwantyfikatorów:

$(E\exists)$ $\exists x\varphi$ / Ea, $\varphi(x/a)$, gdzie a to nowa stała nazwowa

$(D\exists)$ $E\tau$, $\varphi(x/\tau)$ / $\exists x\varphi$, gdzie τ to dowolny term

$(E\forall)$ $\forall x\varphi, E\tau$ / $\varphi(x/\tau)$, gdzie τ to dowolny term

$(D\forall)$ jeżeli z (egzystencjalnego) założenia dodatkowego Ea, gdzie a to nowa stała nazwowa w dowodzie, dedukujemy $\varphi(x/a)$, to zamykamy poddowód i do dowodu nadrzędnego dopisujemy $\forall x\varphi$ (gdzie x nie jest wolne w założeniach)

Elementarna logika wolna

Dowody w **WRK**:

Elementarna logika wolna

Dowody w **WRK**:

$\vdash \forall x(\forall y Ay \rightarrow Ax)$, $\vdash \forall x(Ax \rightarrow \exists y Ay)$

1.1.	Ea	ze
1.1.1.	$\forall y Ay$	zd
1.1.2.	Aa	(1.1, 1.1.1, $E\forall$)
1.2.	$\forall y Ay \rightarrow Aa$	(1.1.1 – 1.1.2, $D \rightarrow$)
2.	$\forall x(\forall y Ay \rightarrow Ax)$	(1.1 – 1.2, $D\forall$)

Elementarna logika wolna

Dowody w **WRK**:

Elementarna logika wolna

Dowody w **WRK**:

$\vdash \exists x A x \leftrightarrow \neg \forall x \neg A x$, $\vdash \forall x A x \leftrightarrow \neg \exists x \neg A x$

1.	$\neg \forall x \neg A x$	z
2.	$\neg \exists x A x$	zn
2.1.	Ea	ze
2.1.1.	Aa	zd
2.1.2.	$\exists x A x$	(2.1, 2.1.1, $D\exists$)
2.1.3.	$\perp$	(2, 2.1.2)
2.2.	$\neg Aa$	(2.1.1 – 2.1.3, DNW)
3.	$\forall x \neg A x$	(2.1 – 2.2, $D\forall$)
4.	$\perp$	(1, 3)

Elementarna logika wolna

Komentarze:

Elementarna logika wolna

Komentarze:

a. Otrzymany system to logika inkluzywna (dopuszczająca puste dziedziny w modelach); jeżeli chcemy mieć logikę wykluczającą puste dziedziny w modelach, to musimy dodać aksjomat $\exists x E x$

Elementarna logika wolna

Komentarze:

a. Otrzymany system to logika inkluzywna (dopuszczająca puste dziedziny w modelach); jeżeli chcemy mieć logikę wykluczającą puste dziedziny w modelach, to musimy dodać aksjomat $\exists x E x$

b. Jeżeli chcemy otrzymać **KRK**, to wystarczy dodać schemat aksjomatu $E\tau$, dla dowolnego termu τ

Elementarna logika wolna

Komentarze:

a. Otrzymany system to logika inkluzywna (dopuszczająca puste dziedziny w modelach); jeżeli chcemy mieć logikę wykluczającą puste dziedziny w modelach, to musimy dodać aksjomat $\exists xEx$

b. Jeżeli chcemy otrzymać **KRK**, to wystarczy dodać schemat aksjomatu $E\tau$, dla dowolnego termu τ

c. Na bazie udowodnionych tez do systemu DN dla **WRK** dodajmy reguły wtórne DeMorgana:

Elementarna logika wolna

Komentarze:

a. Otrzymany system to logika inkluzywna (dopuszczająca puste dziedziny w modelach); jeżeli chcemy mieć logikę wykluczającą puste dziedziny w modelach, to musimy dodać aksjomat $\exists x E x$

b. Jeżeli chcemy otrzymać **KRK**, to wystarczy dodać schemat aksjomatu $E\tau$, dla dowolnego termu τ

c. Na bazie udowodnionych tez do systemu DN dla **WRK** dodajmy reguły wtórne DeMorgana:

- $\neg\forall x\varphi \;//\; \exists x\neg\varphi$
- $\neg\exists x\varphi \;//\; \forall x\neg\varphi$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

3 rozwiązania:

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

3 rozwiązania:

a. dodanie powyższych reguł do systemu DN dla modalnej logiki **L** daje system aktualistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**WRK+L**)

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

3 rozwiązania:

a. dodanie powyższych reguł do systemu DN dla modalnej logiki **L** daje system aktualistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**WRK+L**)
b. dodanie zwykłych reguł klasycznych DN do systemu modalnego daje system possybilistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**KRK+L**)

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

3 rozwiązania:

a. dodanie powyższych reguł do systemu DN dla modalnej logiki **L** daje system aktualistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**WRK+L**)
b. dodanie zwykłych reguł klasycznych DN do systemu modalnego daje system possybilistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**KRK+L**)
Uwaga: aby odróżnić kwantyfikatory possybilistyczne wprowadzimy dla nich osobne symbole:

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

3 rozwiązania:

a. dodanie powyższych reguł do systemu DN dla modalnej logiki **L** daje system aktualistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**WRK+L**)
b. dodanie zwykłych reguł klasycznych DN do systemu modalnego daje system possybilistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**KRK+L**)
Uwaga: aby odróżnić kwantyfikatory possybilistyczne wprowadzimy dla nich osobne symbole:
$\bigvee x$ – dla pewnego możliwego x,
$\bigwedge x$ – dla każdego możliwego x

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

3 rozwiązania:

a. dodanie powyższych reguł do systemu DN dla modalnej logiki **L** daje system aktualistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**WRK+L**)
b. dodanie zwykłych reguł klasycznych DN do systemu modalnego daje system possybilistycznej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**KRK+L**)
Uwaga: aby odróżnić kwantyfikatory possybilistyczne wprowadzimy dla nich osobne symbole:
$\bigvee x$ – dla pewnego możliwego x,
$\bigwedge x$ – dla każdego możliwego x
c. dodanie obu rodzajów kwantyfikatorów wraz z charakteryzującymi je regułami DN daje system pełnej logiki modalnej z kwantyfikatorami (**RK+L**)

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dowód tezy w **WRK+T** $\vdash \Box\forall x(Ax \vee Bx) \rightarrow (\Diamond\forall xAx \vee \Diamond\exists xBx)$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dowód tezy w **WRK+T** $\vdash \Box\forall x(Ax \vee Bx) \rightarrow (\Diamond\forall xAx \vee \Diamond\exists xBx)$

1.	$\Box\forall x(Ax \vee Bx)$	z
2.	$\neg(\Diamond\forall xAx \vee \Diamond\exists xBx)$	zn
3.	$\neg\Diamond\forall xAx \wedge \neg\Diamond\exists xBx$	$(2, NA)$
4.	$\neg\Diamond\forall xAx$	$(3, E\wedge)$
5.	$\neg\Diamond\exists xBx$	$(3, E\wedge)$
6.	$\Box\neg\forall xAx$	$(4, Dual)$
7.	$\Box\neg\exists xBx$	$(5, Dual)$
8.	$\Box\exists x\neg Ax$	$(6, MOD, DeM)$
9.	$\Box\forall x\neg Bx$	$(7, MOD, DeM)$
10.	$\Box Ea$	$(8, MOD, E\exists)$
11.	$\Box\neg Aa$	$(8, MOD, E\exists)$
12.	$\Box(Aa \vee Ba)$	$(1, 10, MOD, E\forall)$
13.	$\Box\neg Ba$	$(9, 10, MOD, E\forall)$
14.	$\Box Ba$	$(11, 12, MOD, E\vee)$
15.	$\neg Ba$	$(13, E\Box)$
16.	Ba	$(14, E\Box)$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Formuła Barcan (BF): $\bigwedge x \Box Ax \rightarrow \Box \bigwedge xAx$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Formuła Barcan (BF): $\bigwedge x \Box Ax \rightarrow \Box \bigwedge x Ax$ lub $\Diamond \bigvee x Ax \rightarrow \bigvee x \Diamond Ax$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Formuła Barcan (BF): $\bigwedge x\Box Ax \rightarrow \Box \bigwedge xAx$ lub $\Diamond \bigvee xAx \rightarrow \bigvee x\Diamond Ax$
Konwers formuły Barcan (CBF): $\Box \bigwedge xAx \rightarrow \bigwedge x\Box Ax$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Formuła Barcan (BF): $\bigwedge x \Box Ax \rightarrow \Box \bigwedge xAx$ lub $\Diamond \bigvee xAx \rightarrow \bigvee x \Diamond Ax$
Konwers formuły Barcan (CBF): $\Box \bigwedge xAx \rightarrow \bigwedge x \Box Ax$ lub
$\bigvee x \Diamond Ax \rightarrow \Diamond \bigvee xAx$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Formuła Barcan (BF): $\bigwedge x \Box Ax \rightarrow \Box \bigwedge xAx$ lub $\Diamond \bigvee xAx \rightarrow \bigvee x \Diamond Ax$
Konwers formuły Barcan (CBF): $\Box \bigwedge xAx \rightarrow \bigwedge x \Box Ax$ lub $\bigvee x \Diamond Ax \rightarrow \Diamond \bigvee xAx$
Twierdzenie: zarówno (BF) jak i (CBF) są tezami **KRK+K**

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Formuła Barcan (BF): $\bigwedge x\Box Ax \to \Box\bigwedge xAx$ lub $\Diamond\bigvee xAx \to \bigvee x\Diamond Ax$
Konwers formuły Barcan (CBF): $\Box\bigwedge xAx \to \bigwedge x\Box Ax$ lub $\bigvee x\Diamond Ax \to \Diamond\bigvee xAx$
Twierdzenie: zarówno (BF) jak i (CBF) są tezami **KRK+K**

1.	$\bigwedge x\Box Ax$	z
2.	$\Box Ax$	$(1,\ E\bigwedge)$
3.	$\Box\bigwedge xAx$	$(2,\ MOD,\ \ D\bigwedge)$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Formuła Barcan (BF): $\bigwedge x \Box Ax \rightarrow \Box \bigwedge xAx$ lub $\Diamond \bigvee xAx \rightarrow \bigvee x \Diamond Ax$
Konwers formuły Barcan (CBF): $\Box \bigwedge xAx \rightarrow \bigwedge x \Box Ax$ lub $\bigvee x \Diamond Ax \rightarrow \Diamond \bigvee xAx$
Twierdzenie: zarówno (BF) jak i (CBF) są tezami **KRK+K**

1.	$\bigwedge x \Box Ax$	z
2.	$\Box Ax$	$(1,\ E \bigwedge)$
3.	$\Box \bigwedge xAx$	$(2,\ MOD,\ D \bigwedge)$
1.	$\Box \bigwedge xAx$	z
2.	$\Box Ax$	$(1,\ MOD,\ E \bigwedge)$
3.	$\bigwedge x \Box Ax$	$(2,\ D \bigwedge)$

Systemy DN dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Dlaczego kwantyfikatory klasyczne należy na gruncie logiki modalnej rozumieć possybilistycznie?

Formuła Barcan (BF): $\bigwedge x\Box Ax \rightarrow \Box\bigwedge xAx$ lub $\Diamond\bigvee xAx \rightarrow \bigvee x\Diamond Ax$
Konwers formuły Barcan (CBF): $\Box\bigwedge xAx \rightarrow \bigwedge x\Box Ax$ lub $\bigvee x\Diamond Ax \rightarrow \Diamond\bigvee xAx$

Twierdzenie: zarówno (BF) jak i (CBF) są tezami **KRK+K**

1.	$\bigwedge x\Box Ax$	z
2.	$\Box Ax$	$(1,\ E\bigwedge)$
3.	$\Box\bigwedge xAx$	$(2,\ MOD,\ D\bigwedge)$
1.	$\Box\bigwedge xAx$	z
2.	$\Box Ax$	$(1,\ MOD,\ E\bigwedge)$
3.	$\bigwedge x\Box Ax$	$(2,\ D\bigwedge)$

Obie tezy przy egzystencjalnej interpretacji kwantyfikatorów dają paradoksalne interpretacje

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,
- $d : W \longrightarrow \mathcal{P}(D)$ to funkcja, która każdemu światu przypisuje zbiór obiektów, które w nim istnieją.

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,
- $d : W \longrightarrow \mathcal{P}(D)$ to funkcja, która każdemu światu przypisuje zbiór obiektów, które w nim istnieją.
- V jest definiowane następująco:

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,
- $d : W \longrightarrow \mathcal{P}(D)$ to funkcja, która każdemu światu przypisuje zbiór obiektów, które w nim istnieją.
- V jest definiowane następująco:
  - $V(a) \in D$, dla każdej stałej nazwowej

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,
- $d : W \longrightarrow \mathcal{P}(D)$ to funkcja, która każdemu światu przypisuje zbiór obiektów, które w nim istnieją.
- V jest definiowane następująco:
  - $V(a) \in D$, dla każdej stałej nazwowej
  - $V(A^n) \subseteq D^n \times \mathcal{W}$, dla dowolnego n-argumentowego predykatu

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,
- $d : W \longrightarrow \mathcal{P}(D)$ to funkcja, która każdemu światu przypisuje zbiór obiektów, które w nim istnieją.
- V jest definiowane następująco:
  - $V(a) \in D$, dla każdej stałej nazwowej
  - $V(A^n) \subseteq D^n \times \mathcal{W}$, dla dowolnego n-argumentowego predykatu
- Podstawienie zmiennych v definiujemy jako funkcję $v : ZN \longrightarrow D$

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,
- $d : W \longrightarrow \mathcal{P}(D)$ to funkcja, która każdemu światu przypisuje zbiór obiektów, które w nim istnieją.
- V jest definiowane następująco:
  - $V(a) \in D$, dla każdej stałej nazwowej
  - $V(A^n) \subseteq D^n \times \mathcal{W}$, dla dowolnego n-argumentowego predykatu
- Podstawienie zmiennych v definiujemy jako funkcję $v : ZN \longrightarrow D$
- Interpretacja I termu τ w modelu przy danym podstawieniu jest definiowana następująco:

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,
- $d : W \longrightarrow \mathcal{P}(D)$ to funkcja, która każdemu światu przypisuje zbiór obiektów, które w nim istnieją.
- V jest definiowane następująco:
  - $V(a) \in D$, dla każdej stałej nazwowej
  - $V(A^n) \subseteq D^n \times \mathcal{W}$, dla dowolnego n-argumentowego predykatu
- Podstawienie zmiennych v definiujemy jako funkcję $v : ZN \longrightarrow D$
- Interpretacja I termu τ w modelu przy danym podstawieniu jest definiowana następująco:
  - $I(x) = v(x)$

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Modele to struktury o postaci $\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, D, d, V \rangle$, gdzie

- $\mathcal{W}, \mathcal{R}$ to standardowa rama modalna,
- D to niepusta dziedzina modelu,
- $d : W \longrightarrow \mathcal{P}(D)$ to funkcja, która każdemu światu przypisuje zbiór obiektów, które w nim istnieją.
- V jest definiowane następująco:
  - $V(a) \in D$, dla każdej stałej nazwowej
  - $V(A^n) \subseteq D^n \times \mathcal{W}$, dla dowolnego n-argumentowego predykatu
- Podstawienie zmiennych v definiujemy jako funkcję $v : ZN \longrightarrow D$
- Interpretacja I termu τ w modelu przy danym podstawieniu jest definiowana następująco:
  - $I(x) = v(x)$
  - $I(a) = V(a)$

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Dodatkowe klauzule dla spełniania formuły w modelu przy danym podstawieniu mają postać:

Semantyka relacyjna dla logiki modalnej z kwantyfkatorami

Modele:

Dodatkowe klauzule dla spełniania formuły w modelu przy danym podstawieniu mają postać:

$$\begin{array}{rcl}
\mathfrak{M}, v, w \vDash A^n(\tau_1, ..., \tau_n) & \text{wtw} & \langle I(\tau_1), ..., I(\tau_n), w\rangle \in V(A^n) \\
\mathfrak{M}, v, w \vDash E\tau & \text{wtw} & I(\tau) \in d(w) \\
\mathfrak{M}, v, w \vDash \forall x\varphi & \text{wtw} & \mathfrak{M}, v^x_o, w \vDash \varphi \text{ dla każdego } o \in d(w) \\
\mathfrak{M}, v, w \vDash \exists x\varphi & \text{wtw} & \mathfrak{M}, v^x_o, w \vDash \varphi \text{ dla pewnego } o \in d(w) \\
\mathfrak{M}, v, w \vDash \bigwedge x\varphi & \text{wtw} & \mathfrak{M}, v^x_o, w \vDash \varphi \text{ dla każdego } o \in D \\
\mathfrak{M}, v, w \vDash \bigvee x\varphi & \text{wtw} & \mathfrak{M}, v^x_o, w \vDash \varphi \text{ dla pewnego } o \in D
\end{array}$$

IDENTYCZNOŚĆ

Filozoficzny problem kryteriów tożsamości obiektów w różnych światach (problem TI – transworld identity).

IDENTYCZNOŚĆ

Filozoficzny problem kryteriów tożsamości obiektów w różnych światach (problem TI – transworld identity).

- czy mówienie o tym samym obiekcie w różnych światach ma sens?

IDENTYCZNOŚĆ

Filozoficzny problem kryteriów tożsamości obiektów w różnych światach (problem TI – transworld identity).

- czy mówienie o tym samym obiekcie w różnych światach ma sens?
  – realizm pojęciowy Lewisa

IDENTYCZNOŚĆ

Filozoficzny problem kryteriów tożsamości obiektów w różnych światach (problem TI – transworld identity).

- czy mówienie o tym samym obiekcie w różnych światach ma sens? – realizm pojęciowy Lewisa
- jak identyfikujemy ten sam obiekt w różnych światach?

IDENTYCZNOŚĆ

Filozoficzny problem kryteriów tożsamości obiektów w różnych światach (problem TI – transworld identity).

- czy mówienie o tym samym obiekcie w różnych światach ma sens? – realizm pojęciowy Lewisa
- jak identyfikujemy ten sam obiekt w różnych światach?
  - czy istnieje istota indywidualna (haecceitas) gwarantująca zachowanie tożsamości?

IDENTYCZNOŚĆ

Filozoficzny problem kryteriów tożsamości obiektów w różnych światach (problem TI – transworld identity).

- czy mówienie o tym samym obiekcie w różnych światach ma sens?
  – realizm pojęciowy Lewisa
- jak identyfikujemy ten sam obiekt w różnych światach?
  - czy istnieje istota indywidualna (haecceitas) gwarantująca zachowanie tożsamości?
    – Kaplan

IDENTYCZNOŚĆ

Filozoficzny problem kryteriów tożsamości obiektów w różnych światach (problem TI – transworld identity).

- czy mówienie o tym samym obiekcie w różnych światach ma sens?
  – realizm pojęciowy Lewisa
- jak identyfikujemy ten sam obiekt w różnych światach?
  - czy istnieje istota indywidualna (haecceitas) gwarantująca zachowanie tożsamości?
    – Kaplan
  - czy jest to źle postawiony problem?

IDENTYCZNOŚĆ

Filozoficzny problem kryteriów tożsamości obiektów w różnych światach (problem TI – transworld identity).

- czy mówienie o tym samym obiekcie w różnych światach ma sens?
  – realizm pojęciowy Lewisa
- jak identyfikujemy ten sam obiekt w różnych światach?
  - czy istnieje istota indywidualna (haecceitas) gwarantująca zachowanie tożsamości?
    – Kaplan
  - czy jest to źle postawiony problem?
    – Kripke

IDENTYCZNOŚĆ

Techniczny problem nieadekwatności reguł dla identyczności.

IDENTYCZNOŚĆ

Techniczny problem nieadekwatności reguł dla identyczności.

Reguła Leibniza $a = b,\ \varphi\ /\ \varphi[a//b]$ prowadzi do problemów w kontekstach intensjonalnych:

IDENTYCZNOŚĆ

Techniczny problem nieadekwatności reguł dla identyczności.

Reguła Leibniza $a = b,\ \varphi\ /\ \varphi[a//b]$ prowadzi do problemów w kontekstach intensjonalnych:

- (Frege): Gwiazda poranna to gwiazda wieczorna. Starożytni wiedzieli, że gwiazda poranna to gwiazda poranna. / Starożytni wiedzieli, że gwiazda poranna to gwiazda wieczorna.

IDENTYCZNOŚĆ

Techniczny problem nieadekwatności reguł dla identyczności.

Reguła Leibniza $a = b,\ \varphi\ /\ \varphi[a//b]$ prowadzi do problemów w kontekstach intensjonalnych:

- (Frege): Gwiazda poranna to gwiazda wieczorna. Starożytni wiedzieli, że gwiazda poranna to gwiazda poranna. / Starożytni wiedzieli, że gwiazda poranna to gwiazda wieczorna.
  $a = b,\ K(a = a)\ \models\ K(a = b)$

IDENTYCZNOŚĆ

Techniczny problem nieadekwatności reguł dla identyczności.

Reguła Leibniza $a = b,\ \varphi \ /\ \varphi[a//b]$ prowadzi do problemów w kontekstach intensjonalnych:

- (Frege): Gwiazda poranna to gwiazda wieczorna. Starożytni wiedzieli, że gwiazda poranna to gwiazda poranna. / Starożytni wiedzieli, że gwiazda poranna to gwiazda wieczorna.
  $a = b,\ K(a = a) \ \models\ K(a = b)$
- (Quine): Liczba planet wynosi 9. 9 jest koniecznie większe od 7. / Liczba planet jest koniecznie większa od 7.

IDENTYCZNOŚĆ

Techniczny problem nieadekwatności reguł dla identyczności.

Reguła Leibniza $a = b, \ \varphi \ / \ \varphi[a//b]$ prowadzi do problemów w kontekstach intensjonalnych:

- (Frege): Gwiazda poranna to gwiazda wieczorna. Starożytni wiedzieli, że gwiazda poranna to gwiazda poranna. / Starożytni wiedzieli, że gwiazda poranna to gwiazda wieczorna.
  $a = b, \ K(a = a) \ \not\models \ K(a = b)$
- (Quine): Liczba planet wynosi 9. 9 jest koniecznie większe od 7. / Liczba planet jest koniecznie większa od 7.
  $a = 9, \ \Box(9 > 7) \ \not\models \ \Box(a > 7)$

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe rozwiązania:

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe rozwiązania:

1. modyfikacja przekładu

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe rozwiązania:

1. modyfikacja przekładu
2. ograniczenie reguły Leibniza

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe rozwiązania:

1. modyfikacja przekładu
2. ograniczenie reguły Leibniza
3. odrzucenie sztywnej denotacji dla nazw w semantyce

IDENTYCZNOŚĆ

ad 1.

Dwie możliwości:

IDENTYCZNOŚĆ

ad 1.

Dwie możliwości:

- potraktować kłopotliwe nazwy nie jako termy

IDENTYCZNOŚĆ

ad 1.

Dwie możliwości:

- potraktować kłopotliwe nazwy nie jako termy
  (por. omówione wyżej dwie strategie eliminacji nazw, zwłaszcza deskrypcji określonych i ich wady)

IDENTYCZNOŚĆ

ad 1.

Dwie możliwości:

- potraktować kłopotliwe nazwy nie jako termy
  (por. omówione wyżej dwie strategie eliminacji nazw, zwłaszcza deskrypcji określonych i ich wady)
- uwzględnić dwie możliwe interpretacje modalności

IDENTYCZNOŚĆ

ad 1.

Dwie możliwości:

- potraktować kłopotliwe nazwy nie jako termy (por. omówione wyżej dwie strategie eliminacji nazw, zwłaszcza deskrypcji określonych i ich wady)
- uwzględnić dwie możliwe interpretacje modalności – de dicto i de re.

IDENTYCZNOŚĆ

De re / de dicto

IDENTYCZNOŚĆ

De re / de dicto

Niewłaściwy przekład z powodu nierozróżniania modalności de dicto / de re.
Np. zdanie "Coś koniecznie istnieje." jest dwuznaczne; można je wyrazić jako zdanie modalne:

IDENTYCZNOŚĆ

De re / de dicto

Niewłaściwy przekład z powodu nierozróżniania modalności de dicto / de re.
Np. zdanie "Coś koniecznie istnieje." jest dwuznaczne; można je wyrazić jako zdanie modalne:
– de dicto $\Box\exists x Ex$ (tautologia w logice modeli z dziedzinami niepustymi)

IDENTYCZNOŚĆ

De re / de dicto

Niewłaściwy przekład z powodu nierozróżniania modalności de dicto / de re.
Np. zdanie "Coś koniecznie istnieje." jest dwuznaczne; można je wyrazić jako zdanie modalne:
– de dicto $\Box\exists x Ex$ (tautologia w logice modeli z dziedzinami niepustymi)
– de re $\exists x \Box Ex$ (kontrowersyjne twierdzenie o istnieniu bytu koniecznego)

IDENTYCZNOŚĆ

De re / de dicto

Niewłaściwy przekład z powodu nierozróżniania modalności de dicto / de re.
Np. zdanie "Coś koniecznie istnieje." jest dwuznaczne; można je wyrazić jako zdanie modalne:
– de dicto $\Box\exists xEx$ (tautologia w logice modeli z dziedzinami niepustymi)
– de re $\exists x\Box Ex$ (kontrowersyjne twierdzenie o istnieniu bytu koniecznego)
Jeżeli zdanie "Liczba planet jest koniecznie większa od 7." zinterpretujemy de re – pewna liczba jest liczbą planet i ta liczba (tj. 9) jest koniecznie większa od 7 (czyli $\exists x(x = a \wedge \Box(x > 7))$) – to wprawdzie nadal wynika ono z podanych przesłanek, ale nie wydaje się dłużej fałszywe.

IDENTYCZNOŚĆ

Zarzuty:

IDENTYCZNOŚĆ

Zarzuty:

Quine: modalności de re implikują esencjalizm.

IDENTYCZNOŚĆ

Zarzuty:

Quine: modalności de re implikują esencjalizm.
Zarzut Quine'a, że wprowadzanie modalności de re jest wyrazem esencjalizmu jest chybiony; logika modalna 1-go rzędu pozwala jedynie mówić o koniecznych własnościach obiektów, nie przesądza czy takie są. To stanowi raczej o jej sile, gdyż krytyka z pozycji filozoficznych nie powinna dążyć do likwidacji zjawisk językowych, których istnienie jest niekwestionowalne. Logika modalna z kwantyfikatorami pozwala wyrażać różne stanowiska filozoficzne będąc względem nich neutralna.

IDENTYCZNOŚĆ

Zarzuty:

Quine: modalności de re implikują esencjalizm.
Zarzut Quine'a, że wprowadzanie modalności de re jest wyrazem esencjalizmu jest chybiony; logika modalna 1-go rzędu pozwala jedynie mówić o koniecznych własnościach obiektów, nie przesądza czy takie są. To stanowi raczej o jej sile, gdyż krytyka z pozycji filozoficznych nie powinna dążyć do likwidacji zjawisk językowych, których istnienie jest niekwestionowalne. Logika modalna z kwantyfikatorami pozwala wyrażać różne stanowiska filozoficzne będąc względem nich neutralna.

A poza tym, kto powiedział, że esencjalizm jest bezwartościowy :-)

IDENTYCZNOŚĆ

Jednak rozróżnienie de re / de dicto nie rozwiązuje wszystkich problemów.

IDENTYCZNOŚĆ

Jednak rozróżnienie de re / de dicto nie rozwiązuje wszystkich problemów.

Problem konieczności identyczności

IDENTYCZNOŚĆ

Jednak rozróżnienie de re / de dicto nie rozwiązuje wszystkich problemów.

Problem konieczności identyczności

Logika modalna z kwantyfikatorami i identycznością prowadzi do uznania wszystkich identyczności (i nieidentyczności) za konieczne, gdyż łatwo w niej dowieść:

IDENTYCZNOŚĆ

Jednak rozróżnienie de re / de dicto nie rozwiązuje wszystkich problemów.

Problem konieczności identyczności

Logika modalna z kwantyfikatorami i identycznością prowadzi do uznania wszystkich identyczności (i nieidentyczności) za konieczne, gdyż łatwo w niej dowieść:

- $a = b \rightarrow \Box(a = b)$

IDENTYCZNOŚĆ

Jednak rozróżnienie de re / de dicto nie rozwiązuje wszystkich problemów.

Problem konieczności identyczności

Logika modalna z kwantyfikatorami i identycznością prowadzi do uznania wszystkich identyczności (i nieidentyczności) za konieczne, gdyż łatwo w niej dowieść:

- $a = b \rightarrow \Box(a = b)$
- $\neg(a = b) \rightarrow \Box\neg(a = b)$

IDENTYCZNOŚĆ

Jednak rozróżnienie de re / de dicto nie rozwiązuje wszystkich problemów.

Problem konieczności identyczności

Logika modalna z kwantyfikatorami i identycznością prowadzi do uznania wszystkich identyczności (i nieidentyczności) za konieczne, gdyż łatwo w niej dowieść:

- $a = b \rightarrow \Box(a = b)$
- $\neg(a = b) \rightarrow \Box\neg(a = b)$

a co z identycznościami kontyngentnymi?

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe reakcje:

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe reakcje:

a. Fitting: obie tezy są poprawne przy zmiennych, ale nie przy stałych nazwowych. Reguła Leibniza powinna być ograniczona tylko do zmiennych

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe reakcje:

a. Fitting: obie tezy są poprawne przy zmiennych, ale nie przy stałych nazwowych. Reguła Leibniza powinna być ograniczona tylko do zmiennych

b. Kripke: obie tezy poprawne również przy stałych, ale tylko gdy reprezentują one imiona własne, bo te należy uznać za "sztywne desygnatory" (por. jego rozwiązanie problemu TI). Ich występowanie pokazuje, że oprócz zdań koniecznych a priori mamy też zdania konieczne a posteriori.

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe reakcje:

a. Fitting: obie tezy są poprawne przy zmiennych, ale nie przy stałych nazwowych. Reguła Leibniza powinna być ograniczona tylko do zmiennych
b. Kripke: obie tezy poprawne również przy stałych, ale tylko gdy reprezentują one imiona własne, bo te należy uznać za "sztywne desygnatory" (por. jego rozwiązanie problemu TI). Ich występowanie pokazuje, że oprócz zdań koniecznych a priori mamy też zdania konieczne a posteriori.
Aby wyeliminować takie tezy należy:

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe reakcje:

a. Fitting: obie tezy są poprawne przy zmiennych, ale nie przy stałych nazwowych. Reguła Leibniza powinna być ograniczona tylko do zmiennych
b. Kripke: obie tezy poprawne również przy stałych, ale tylko gdy reprezentują one imiona własne, bo te należy uznać za "sztywne desygnatory" (por. jego rozwiązanie problemu TI). Ich występowanie pokazuje, że oprócz zdań koniecznych a priori mamy też zdania konieczne a posteriori.
Aby wyeliminować takie tezy należy:
– ograniczyć regułę Leibniza do zdań atomowych

IDENTYCZNOŚĆ

Możliwe reakcje:

a. Fitting: obie tezy są poprawne przy zmiennych, ale nie przy stałych nazwowych. Reguła Leibniza powinna być ograniczona tylko do zmiennych
b. Kripke: obie tezy poprawne również przy stałych, ale tylko gdy reprezentują one imiona własne, bo te należy uznać za "sztywne desygnatory" (por. jego rozwiązanie problemu TI). Ich występowanie pokazuje, że oprócz zdań koniecznych a priori mamy też zdania konieczne a posteriori.
Aby wyeliminować takie tezy należy:
– ograniczyć regułę Leibniza do zdań atomowych
– zmodyfikować semantykę wprowadzając zmienną denotację dla nazw